

---

ԵՐԵՎԱՆԻ  
ՊԵՏԱԿԱՆ  
ՀԱՄԱԼՍԱՐԱՆ

---



---

ЕРЕВАНСКИЙ  
ГОСУДАРСТВЕННЫЙ  
УНИВЕРСИТЕТ

---

Գ Ի Տ Ա Կ Ա Ն  
Տ Ե Ղ Ե Կ Ա Գ Ի Ր

УЧЕНЫЕ ЗАПИСКИ

1.2003

---

ԵՐԵՎԱՆ    ♦    ԵՐԵՎԱՆ

---

ISSN 0132-0173

Հրատարակվում է 1925 թ.-ից (1967 թ.-ից՝ փարբերաբար):

Издаётся с 1925 г (с 1967 г. – периодически).

### ԽՄԲԱԳՐԱԿԱՆ ԿՈԼԵԳԻԱ

ՀԱՐՈՒԹՅՈՒՆՅԱՆ Ռ.Մ. (*գլխ. խմբագիր*), ՊԵՏՐՈՍՅԱՆ Ս.Գ. (*գլխ. խմբագրի տեղակալ*),  
ՇԱՐԱՄԲԵՅԱՆ Լ.Թ (*պատ. քարտուղար*)

ԲՈՅՆԱԳՐՅԱՆ Վ.Ռ., ԴԱՆԻԵԼՅԱՆ Է.Ա., ԽԱՉԱՏՐՅԱՆ Ի.Գ., ԽԱՉԱՏՐՅԱՆ Հ.Գ.,  
ՀՈՎՍԵՓՅԱՆ Լ.Լ., ՍԱՐԳՍՐՅԱՆ Շ.Ա., ՄԱՐՏԻՐՈՍՅԱՆ Ռ.Մ., ՇՈՒՔՈՒՐՅԱՆ Ս.Կ.,  
ՉՈՒԲԱՐՅԱՆ Է.Վ., ՍԱՐԳՍՅԱՆ Հ.Հ., ՍԱՐԳՍՅԱՆ Ս.Վ.

### РЕДАКЦИОННАЯ КОЛЛЕГИЯ

ԱՐՄԵՆՅԱՆ Ր.Մ. (*գլ. редактор*), ՍԱՐԳՍՅԱՆ Ս.Գ. (*зам. гл. редактора*),  
ՇԱՐԱՄԲԵՅԱՆ Լ.Թ. (*отв. секретарь*)

ԲՈՅՆԱԳՐՅԱՆ Վ.Ր., ԴԱՆԻԵԼՅԱՆ Է.Ա., ՄԱՐԿԱՐՅԱՆ Շ.Ա., ՄԱՐՏԻՐՈՍՅԱՆ Ր.Մ.,  
ՕՍԻՍՅԱՆ Լ.Լ., ՍԱՐԿԻՍՅԱՆ Օ.Ա., ՍԱՐԿԻՍՅԱՆ Շ.Վ., ՄԱՐՏԻՐՅԱՆ Ա.Գ.,  
ՄԱՐՏԻՐՅԱՆ Ի.Գ., ՄԱՐԿԱՐՅԱՆ Ի.Վ., ՄԱՐԿԱՐՅԱՆ Ս.Կ.

Издательство Ереванского университета

© "Ученые записки" ЕГУ, естественные науки. 2003

Подписано к печати 10.03.2003 г. Формат 70×108

1/16. Офсетная печать. 10,25 печ. л. = 14,35 усл. п. л. 17,4 уч. изд. л. Заказ 30. Тираж 150.  
Регистрационный номер 258

---

Издательство Ереванского госуниверситета, Ереван, Ал. Манукяна, 1.  
Цех Ротапринт Ереванского госуниверситета, Ереван, Ал. Манукяна, 1.

## ԲՈՎԱՆԴԱԿՈՒԹՅՈՒՆ

### ՄԱԹԵՄԱՏԻԿԱ

- Յու.Ռ. Հակոբյան, Հ.Ա. Հովհաննիսյան** – Հանրահաշվական բազմացանցային վերապայմանավորիչ ուղղանկյուն տիրույթներում երկրորդ կարգի վերջավոր տարրային մոտարկումների համար: I. Երկմակարդակային վերապայմանավորիչ ..... 3
- Գ.Գ. Ղազարյան** – Որոշ ոչ զծային հավասարումների խմբային անալիզը ..... 14
- Խ.Ա. Խաչատրյան** – Վոլտերայի տիպի մի ինտեգրալ հավասարման լուծման գնահատականը ..... 21

### ԻՆՖՈՐՄԱՏԻԿԱ

- Լ.Է. Բուդաղյան** – Տիպային  $\lambda$ -հաշվի մոնոտոն մոդելներում  $\delta$ -ոեդուկցիայի հասկացության ֆորմալացման մասին ..... 27
- Վ.Է. Պողոսյան** – Գերմեծ ինտեգրալ սխեմաների տեղադրման զծային ֆունկցիոնալի արագ հաշվման եղանակ ..... 37

### ՄԵԽԱՆԻԿԱ

- Ա.Ա. Ղուկասյան, Վ.Զ. Ստեփանյան** – Երկօղակ մանիպուլյատորի դեկավարման խաղային մոտեցում ..... 42
- Վ.Ռ. Բարսեղյան, Թ.Ա. Միմոնյան** – Մոտեցման և շեղման ստոխաստիկ դիֆերենցիալ խաղ մի քանի նպատակային բազմությունների դեպքում համասեռ կենտրոնական դաշտում ..... 53

### ՖԻԶԻԿԱ

- Վ.Հ. Մարտիրոսյան, Վ.Ա. Աղաբեկյան, Պ.Ա. Գրիգորյան** – Ջերմային, ճառագայթային և մագնիսական ազդեցությունների ենթարկած պոլիէթիլենտերֆտալատի բյուրեղային փուլի փոփոխությունների ռենտգենագրային ուսումնասիրությունները ..... 59

### ԶԻՄԻԱ

- Ա.Հ. Նորվյան, Ռ.Ա. Զարամյան, Ռ.Տ. Սլրտչյան, Ս.Կ. Գրիգորյան, Մ.Լ. Երիցյան** – Կառլինիտի քայքայման նյութերով պոլիվինիլացետատային ջրային դիսպերսիայի մոդիֆիկացիան ..... 65
- Կ.Ռ. Գրիգորյան, Մ.Ս. Ենգիբարյան** – Ջուր-օրգանական խառը լուծիչներում պղնձի(II) քլորիդի կոնցենտրիկ լուծույթների ֆիզիկաքիմիական հատկությունները ..... 70
- Օ. Գյուկչյան, Ա.Ա. Եղիազարյան, Ջ.Ա. Սիքայելյան, Հ.Գ. Խաչատրյան** – Հեքսա-յոդպլատինատ(IV)-ի փոխազդեցության ուսումնասիրությունը թիազինային շարքի ներկանյութ՝ տետրամեթիլթիոնինի հետ ծծմբաթթվային միջավայրում ..... 75

Ա.Ա. Ավետիսյան, Գ.Գ. Թորմաջյան, Լ.Վ. Կարապետյան – Ուսումնասիրություններ չհագեցած լակտոնների բնագավառում: 2-Էքօքսիկարբոնիլ-3-բրոմմեթիլ-4,4-դիմեթիլ-2-բուֆեն-4-օլիդի որոշ բիմիական փոխարկումները.....	80
---	----

**ԿԵՆՍԱԲԱՆՈՒԹՅՈՒՆ**

Ա.Ա. Հովհաննիսյան – Տարաբնույթ էլիսիտորների ազդեցությունը <i>Linum austriacum</i> L. կալուսային կուլտուրաներում լիզանների կենսասինթեզին մասնակցող ֆերմենտների ակտիվության վրա .....	86
Մ.Ա. Դավթյան, Է.Ա. Մանթաշյան, Լ.Գ. Անանյան – Էկզոպրոտեազների կենսասինթեզը բազիդիոմիցետներում խորքային աճեցման պայմաններում .....	93
Ս.Վ. Ամիրյան – Ողնուղեղի մեկական ներդիր նեյրոնների էլեկտրական ակտիվության փոփոխությունների առանձնահատկությունները <i>Vipera raddei</i> բույնի տարբեր դրզանների ազդեցության տակ բնականոն և ախտաբանության պայմաններում .....	99
Կ.Ա. Բաղդամյան – Ֆորմատ-ջրածին-լիազ՝ նոր հայացք խմորման ֆերմենտի էներգապահեստավորման դերին .....	106

**ԵՐԿՐԱԲԱՆՈՒԹՅՈՒՆ**

Գ.Մ. Մխիթարյան, Ռ.Ս. Մինասյան, Գ.Ա. Թորոսյան, Մ.Ս. Մկրտչյան – Արևիկի ստորերկրյա ջրերի շահագործվող հանքավայրից լրացուցիչ ջրառման հնարավորության հիմնավորումը.....	116
Ֆ.Գ. Շամցյան, Ս.Հ. Վարդանյան, Ռ.Ա. Հարությունյան – Սուտքի ոսկու հանքավայրի ձևավորման երկրաբանականոցվածքային մոդելը .....	121

**ԱՇԽԱՐՀԱԳՐՈՒԹՅՈՒՆ**

Ռ.Խ. Գազինյան, Ֆ.Ս. Գեորգյան – Հայաստանի Հանրապետության հրաբխային ռեյլիեֆի ձևաբանական վերլուծությունը քաղված մորֆոստրուկտուրաների բացահայտման նպատակով.....	127
---	-----

**ՀԱՂՈՐԴՈՒՄՆԵՐ**

Ռ.Տ. Մկրտչյան, Ժ.Խ. Գրիգորյան, Ջ.Ռ. Անդրեասյան, Ա.Ռ. Մկրտչյան, Ս.Կ. Գրիգորյան – Հիդրարգիլիտի և պիրիտի հատիկների ներսում ջերմային քայքայման ժամանակ առաջացող գազային մթնոլորտի դերը.....	135
Ժ.Մ. Առստամյան, Վ.Մ. Մելնիկովա-Շարովա – Քրոմի էքստրակցիոն-արսուրբցիոմետրիկ որոշումը ֆուրսինով հոսքաջրերում, հողում և բույսերում .....	138
Մ.Ա. Դավթյան, Մ.Հ. Խաչատրյան, Հ.Հ. Սեմերջյան, Գ.Հ. Սեմերջյան – <i>Candida guilliermondii</i> HII-4 խմորասնկերի կուլտուրաներում ադենինի դեզամինացումը .....	143
Ա.Ն. Առաքելյան, Վ.Հ. Գրիգորյան, Հ.Ռ. Աղաբաբյան – Կենտրոնական նյարդային համակարգի գործառական վիճակի հետազոտումը համակարգչով տեսողական-տարածական բնույթի խնդիր լուծելու ժամանակ .....	147
Գ.Գ. Հովհաննիսյան – ԴՆԹ-գիսաստղերի մեթոդը ԴՆԹ-ի վնասվածքների և ռեպարացիայի գնահատման համար: 1. ԴՆԹ-ի էնդոզեմ վնասվածքների գնահատում.....	151
Ս.Գ. Երվանդյան, Ե.Հ. Սիմոնյան, Ա.Ա. Նեքիշ – Պտղատուների արական գամետոֆիտի զարգացման մասին .....	155

Միջայել Զրիստափորի Չայլախյան (ծննդյան 100-ամյակի առթիվ).....	159
--	-----

Տեղ-Անտոնյան Վալերի Մկրտչի	161
----------------------------	-----

*Математика*

УДК 519.6

Ю.Р. АКОПЯН, Г.А. ОГАНЕСЯН

**АЛГЕБРАИЧЕСКИЙ МНОГОСЕТОЧНЫЙ ПЕРЕОБУСЛАВЛИВАТЕЛЬ  
ДЛЯ КОНЕЧНОЭЛЕМЕНТНЫХ АППРОКСИМАЦИЙ ВТОРОГО  
ПОРЯДКА В ПРЯМОУГОЛЬНЫХ ОБЛАСТЯХ  
I. ДВУХУРОВНЕВЫЙ ПЕРЕОБУСЛАВЛИВАТЕЛЬ**

Работа, состоящая из двух частей, посвящена построению и исследованию алгебраического многосеточного переобуславливателя для матриц жесткости, возникающих при конечноэлементной аппроксимации эллиптических краевых задач на основе кусочно-квадратичных базисных функций. В первой части описывается построение двухуровневого переобуславливателя для исходной матрицы жесткости, являющегося основой для дальнейшего построения многосеточного переобуславливателя.

**1. Введение.** За последние годы опубликован ряд работ, посвященных построению оптимальных и почти оптимальных переобуславливателей для сеточных эллиптических операторов с применением многоуровневых и, в частности, многосеточных процедур [1–7]. В них используется иерархическая последовательность сеток – от самой грубой до самой мелкой. Как правило, каждая последующая сетка получается из предыдущей с помощью единообразной процедуры измельчения. Грубая сетка выбирается так, чтобы объем вычислительной работы, необходимый для решения редуцированной системы сеточных уравнений, был достаточно мал. В то же время самая мелкая сетка должна обеспечить требуемую точность численного решения.

Для линейных эллиптических уравнений, решения которых принадлежат пространству Соболева  $W_2^2$ , большей скорости сходимости приближенного решения к точному, чем дают методы конечных элементов на основе кусочно-линейных аппроксимаций, достичь невозможно (см. [8]). Поэтому в данном случае использование более сложных аппроксимаций не имеет смысла. В то же время кусочно-линейные базисные функции не позволяют улучшить сходимость для задач с более гладкими решениями. Увеличения скорости сходимости можно достичь путем использования кусочно-полиномиальных аппроксимаций второго порядка [9, 10].

В настоящей работе строится многосеточный переобуславливатель для матрицы жесткости, возникающей при дискретизации двумерной модельной эллиптической задачи методом конечных элементов на основе кусочно-квадратичных базисных функций. Суть предлагаемого подхода

такова. С использованием техники разбиения области на малые подструктуры, применяемой ранее в [5, 6], для исходной матрицы жесткости строится так называемый двухуровневый переобуславливатель. При этом оказывается, что в силу способа построения дополнение Шура двухуровневого переобуславливателя лишь числовым множителем отличается от конечно-элементной матрицы на самой мелкой сетке, соответствующей кусочно-линейным базисным функциям. Это обстоятельство позволит во второй части работы построить многосеточный переобуславливатель для исходной матрицы жесткости, соответствующей кусочно-квадратичным базисным функциям с использованием многосеточных переобуславливателей для линейного случая.

**2. Иерархические сетки и квадратичные элементы.** Рассмотрим в плоскости с координатами  $x = (x_1, x_2)$  область  $\Omega$  с границей  $\partial\Omega$ , являющуюся объединением некоторого числа  $t \geq 1$  единичных квадратов  $\Pi_m$ ,  $m = 1, 2, \dots, t$ , со сторонами, параллельными координатным осям (см. рис. 1). Определим  $\Gamma_0$  как непустое замкнутое подмножество  $\partial\Omega$ , состоящее из сторон квадратов  $\Pi_m$ .

Обозначим через  $H_0^1(\Omega)$  подпространство пространства Соболева  $H^1(\Omega)$ , состоящее из функций, обращающихся в нуль на  $\Gamma_0$ .

Рассмотрим следующую вариационную формулировку модельной эллиптической граничной задачи: для заданной функции  $f \in L_2(\Omega)$  найти

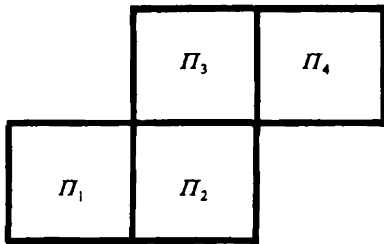


Рис. 1. Пример области  $\Omega$  ( $t = 4$ ).

функцию  $u \in H_0^1(\Omega)$  такую, что

$$b(u, v) = (f, v)_\Omega, \quad \forall v \in H, \quad (2.1)$$

где

$$b(u, v) \equiv \int_{\Omega} a \nabla u \nabla v dx, \quad (f, v)_\Omega \equiv \int_{\Omega} f v dx.$$

Предполагается, что  $a$  – положительная, постоянная в каждом квадрате  $\Pi_m$  функция:  $a(x) \equiv a_m$ ,  $x \in \Pi_m$ , где  $m = 1, 2, \dots, t$ .

Выберем в области  $\Omega$  равномерную квадратную сетку  $\omega_0$  с шагом  $h_0$ . Процесс построения *иерархической* последовательности сеток основан на следующей процедуре измельчения: каждая квадратная ячейка имеющейся сетки с помощью отрезков, соединяющих середины противоположных сторон, разбивается на четыре квадрата. Ограничимся некоторым целым числом  $p \geq 1$ . Руководствуясь описанным выше правилом измельчения сетки, исходя из  $\omega_0$ , построим последовательность равномерных квадратных сеток  $\omega_k$ ,  $k = 0, 1, \dots, p$ . При этом будем говорить, что сетка  $\omega_k$  соответствует  $k$ -му уровню измельчения сетки. Через  $h_k$  обозначим шаг сетки  $\omega_k$ . По построению,  $h_k = 2^{-k} h_0$ .

Далее, на всех уровнях осуществим *триангуляцию* области  $\Omega$ . А именно, каждую ячейку квадратной сетки с помощью диагонали, образующей тупой угол с осью  $Ox_1$ , разделим на два прямоугольных треугольника (рис. 2). Тем самым получим последовательность вложенных триангуляций  $\tau_k$  области  $\Omega$ , где  $k = 0, 1, \dots, p$ .

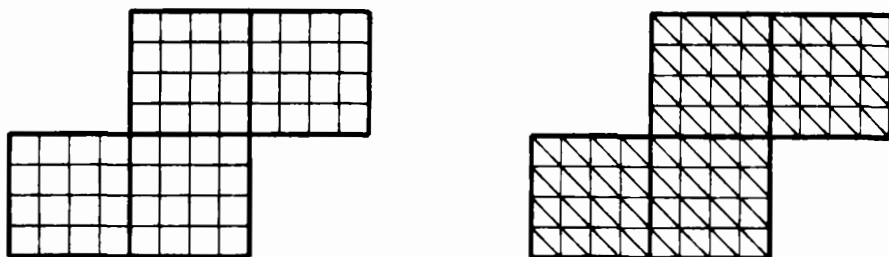


Рис. 2. Триангуляция области  $\Omega$ .

Введем следующие обозначения:

$N_k$  – множество узлов сетки  $\omega_k$ , принадлежащих  $\bar{\Omega} \setminus \Gamma_0$ ;

$n_k$  – число узлов в множестве  $N_k$ ;

$G_k$  – пространство сеточных функций, заданных на множестве  $N_k$ ;

$V_k$  – пространство непрерывных в области  $\bar{\Omega}$  функций, линейных на каждом треугольнике триангуляции  $\tau_k$  и обращающихся в нуль на  $\Gamma_0$ .

Между сеточными функциями из  $G_k$  и кусочно-линейными функциями из  $V_k$  имеет место естественное взаимно-однозначное соответствие.

Введем некоторые термины, которыми будем пользоваться в дальнейшем. Рассмотрим некоторый  $k$ -ый уровень измельчения сетки, где  $0 \leq k \leq p$ . Квадратную ячейку сетки  $\omega_k$ , разбитую в процессе триангуляции на два треугольника, назовем *линейным  $s$ -элементом* (square element)  $k$ -го уровня (рис. 3а). Для всех значений  $k = 0, 1, \dots, p$

$d_k$  – множество линейных  $s$ -элементов  $k$ -го уровня.

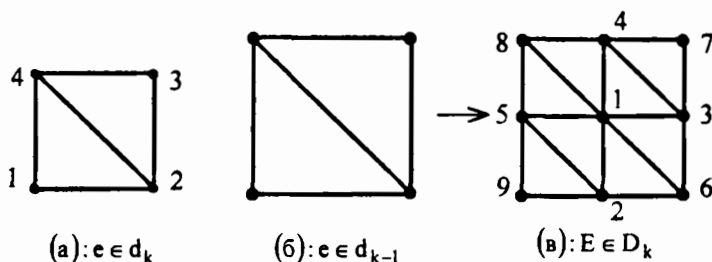


Рис. 3. (а) линейный  $s$ -элемент  $k$ -го уровня, (б) линейный  $s$ -элемент  $(k-1)$ -го уровня и (в) соответствующий линейный  $s$ -суперэлемент  $k$ -го уровня.

Рассмотрим некоторый линейный  $s$ -элемент  $e \in d_{k-1}$  (рис. 3б), где  $1 \leq k \leq p$ . На следующем этапе измельчения сетки он разбивается на четыре

линейных  $s$ -элемента  $k$ -го уровня, как это показано на рис. 3в. В результате  $s$ -элемент  $e \in d_{k-1}$  превращается на  $k$ -ом уровне в *линейный  $s$ -суперэлемент*  $E$  (square superelement). Для значений  $k = 0, 1, \dots, p$

$D_k$  – множество линейных  $s$ -суперэлементов  $k$ -го уровня.

Пусть  $1 \leq k \leq p$ . Разобьем множество узлов  $N_k$  на три непересекающихся подмножества

$$N_k = N_k^{(1)} \cup N_k^{(2)} \cup N_k^{(3)}, \quad (2.2)$$

где  $N_k^{(1)}$  – множество узлов, являющихся серединами  $s$ -суперэлементов (на рис. 3в узел 1),  $N_k^{(2)}$  – множество узлов, являющихся центрами сторон линейных  $s$ -суперэлементов (на рис. 3в узлы 2–5),  $N_k^{(3)}$  – множество узлов, являющихся вершинами линейных  $s$ -суперэлементов (на рис. 3в узлы 6–9).

По определению  $N_k^{(1)} \cup N_k^{(2)} = N_k \setminus N_{k-1}$ ,  $N_k^{(3)} = N_{k-1}$ . Если через  $n_k^{(i)}$  обозначить число узлов в множестве  $N_k^{(i)}$  ( $i = 1, 2, 3$ ), то  $n_k^{(1)} + n_k^{(2)} = n_k - n_{k-1}$ ,  $n_k^{(3)} = n_{k-1}$ .

В соответствии с разбиением (2.2) определим следующий порядок нумерации узлов множества  $N_k$ : сначала нумеруются узлы множества  $N_k^{(1)}$ , затем –  $N_k^{(2)}$  и наконец –  $N_k^{(3)}$ .

Для значений  $k = 1, 2, \dots, p$ , согласно принятому соглашению о нумерации узлов, произвольную сеточную функцию  $u \in G_k$  можно представить в виде

$$u = \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \end{bmatrix}, \quad u_i \in G_k^{(i)}, \quad i = 1, 2, 3,$$

где  $G_k^{(i)}$  – пространство сеточных функций, заданных на множестве  $N_k^{(i)}$ .

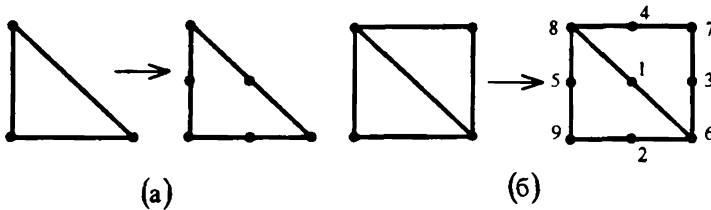


Рис. 4. Способ введения дополнительных узлов: (а) линейный треугольный элемент и соответствующий ему квадратичный треугольный элемент; (б) линейный  $s$ -элемент и соответствующий ему квадратичный  $s$ -элемент.

Предположим, что задача (2.1) решается методом конечных элементов с использованием кусочно-полиномиальных аппроксимаций второго порядка (см., напр., [9, 10]). Рассмотрим сетку  $\omega_p$ , соответствующую последнему  $p$ -му уровню ее измельчения. Введем дополнительные узлы в серединах сторон треугольных элементов, образующих триангуляцию  $\tau_p$  (рис. 4а).



В результате введения дополнительных узлов *линейные* треугольные элементы  $p$ -го уровня превращаются в *квадратичные* треугольные элементы. Соответственно, триангуляция  $\tau_p$  переходит в триангуляцию  $\tau$ , образованную квадратичными треугольными элементами. Линейные  $s$ -элементы из  $d_p$  превращаются в *квадратичные  $s$ -элементы* (рис. 4б), множество которых обозначим через  $d$ .

Будем пользоваться следующими обозначениями:

$N$  – множество узлов триангуляции  $\tau$ , принадлежащих  $\bar{\Omega} \setminus \Gamma_0$ ;

$n$  – число узлов в множестве  $N$ ;

$G$  – пространство сеточных функций, заданных на множестве  $N$ ;

$V$  – пространство непрерывных в области  $\bar{\Omega}$  функций, являющихся полными многочленами второй степени от двух переменных на каждом квадратном треугольном элементе из  $\tau$  и обращающихся в нуль на  $\Gamma_0$ .

Положим

$$N = N^{(1)} \cup N^{(2)} \cup N^{(3)}, \quad (2.3)$$

где  $N^{(1)}$  – множество узлов, являющихся центрами квадратичных  $s$ -элементов (на рис. 4б узел 1),  $N^{(2)}$  – множество узлов, являющихся центрами сторон квадратичных  $s$ -элементов (на рис. 4б узлы 2–5),  $N^{(3)}$  – множество узлов, являющихся вершинами квадратичных  $s$ -элементов (на рис. 4б узлы 6–9).

По определению  $N^{(1)} \cup N^{(2)} = N \setminus N_p$ ,  $N^{(3)} = N_p$ . Если через  $n^{(i)}$  обозначить число узлов в множестве  $N^{(i)}$  ( $i=1,2,3$ ), то  $n^{(1)} + n^{(2)} = n - n_p$ ,  $n^{(3)} = n_p$ .

В соответствии с разбиением (2.3) сформулируем следующее правило нумерации узлов множества  $N$ : сначала нумеруются узлы множества  $N^{(1)}$ , затем –  $N^{(2)}$ , после чего –  $N^{(3)}$ .

Согласно определенному порядку нумерации узлов множества  $N$ , произвольную сеточную функцию  $u \in G$  можно представить в виде

$$u = \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \end{bmatrix}, \quad u_i \in G^{(i)}, \quad i = 1, 2, 3,$$

где  $G^{(i)}$  – пространство сеточных функций, заданных на множестве  $N^{(i)}$ .

Сформулируем приближенную конечноэлементную задачу, соответствующую задаче (2.1): для заданной функции  $f \in L_2(\Omega)$  найти функцию  $\tilde{u} \in V$  такую, что

$$b(\tilde{u}, \tilde{v}) = (f, \tilde{v})_{\Omega}, \quad \forall \tilde{v} \in V. \quad (2.4)$$

Задача (2.4) приводит к системе сеточных уравнений

$$Qu = g \quad (2.5)$$

с симметричной положительно определенной матрицей  $Q$  порядка  $n$  и правой частью  $g \in G$ . При этом выполняется равенство

$$v^T Q w = b(\tilde{w}, \tilde{v}) \quad (2.6)$$

(функции  $\tilde{v}, \tilde{w} \in V$  являются кусочно-квадратичными восполнениями сеточных функций  $v, w \in V$  соответственно).

**3. Двухсеточные переобуславливатели на последовательности сеток.** В настоящем параграфе на последовательности вложенных триангуляций  $\{\tau_k\}_{k=0}^p$  рассматриваются матрицы жесткости, соответствующие кусочно-линейным базисным функциям. Для них мы строим двухсеточные переобуславливатели, следуя работе [6].

Пусть  $0 \leq k \leq p$ . Определим матрицу  $A^{(k)}$  порядка  $n_k$  с помощью соотношения

$$v^T A^{(k)} u = b(\hat{u}, \hat{v}), \quad (3.1)$$

которое предполагается выполненным для всех  $u, v \in G_k$  (функции  $\hat{u}, \hat{v} \in V_k$  являются кусочно-линейными восполнениями сеточных функций  $u, v$  соответственно).

В соответствии с правилом нумерации узлов множества  $N_k$  для значений  $k \geq 1$  матрица  $A^{(k)}$  может быть представлена в блочном виде

$$A^{(k)} = \begin{bmatrix} A_{11}^{(k)} & A_{12}^{(k)} & 0 \\ A_{21}^{(k)} & A_{22}^{(k)} & A_{23}^{(k)} \\ 0 & A_{32}^{(k)} & A_{33}^{(k)} \end{bmatrix} \quad (3.2)$$

с  $n_k^{(i)} \times n_k^{(j)}$ -блоками  $A_{ij}^{(k)}$ . При этом блоки  $A_{ii}^{(k)}$  являются диагональными матрицами.

Рассмотрим линейный  $s$ -элемент  $e \in d_k$ , нумерация узлов которого дана на рис. 3а. Определим для него билинейный функционал

$$\varphi_e(u, v) \equiv (u_2 - u_1)(v_2 - v_1) + (u_3 - u_2)(v_3 - v_2) + (u_4 - u_3)(v_4 - v_3) + (u_1 - u_4)(v_1 - v_4),$$

где  $u_i$  и  $v_i$  есть значения функций  $u$  и  $v$  соответственно в узле с номером  $i$  ( $i = 1, 2, 3, 4$ ).

Следующее утверждение играет важную роль в дальнейших построениях. Оно легко устанавливается с помощью прямых вычислений.

*Лемма 3.1* Для любых функции  $\hat{u}, \hat{v} \in V_k$  справедливо равенство

$$\int_e \nabla \hat{u} \nabla \hat{v} dx = \frac{1}{2} \varphi_e(\hat{u}, \hat{v}).$$

Пользуясь леммой 3.1, из (3.1) получим, что матрица  $A^{(k)}$  удовлетворяет соотношению

$$v^T A^{(k)} u = \frac{1}{2} \sum_{e \in d_k} a_e \varphi_e(\hat{u}, \hat{v}), \quad \forall u, v \in G_k. \quad (3.3)$$

Через  $a_e$  обозначено сужение коэффициента  $a$  на линейный  $s$ -элемент  $e \in d_k$ .

Рассмотрим теперь некоторый линейный  $s$ -элемент  $e \in d_{k-1}$ , где  $1 \leq k \leq p$ . На следующем этапе дробления сетки он превращается в линейный  $s$ -суперэлемент  $E \in D_k$  (рис. 3б, в). Будем ассоциировать с ним билинейные функционалы

$$\Phi_E(u, v) \equiv (u_2 - u_9)(v_2 - v_9) + (u_2 - u_6)(v_2 - v_6) + (u_3 - u_6)(v_3 - v_6) + (u_3 - u_7)(v_3 - v_7) + \\ + (u_4 - u_7)(v_4 - v_7) + (u_4 - u_8)(v_4 - v_8) + (u_5 - u_8)(v_5 - v_8) + (u_5 - u_9)(v_5 - v_9)$$

и

$$\overset{0}{\Phi}_E(u, v) \equiv \sum_{j=2}^5 (u_1 - u_j)(v_1 - v_j),$$

где  $u_i$  и  $v_i$  есть значения функций  $u$  и  $v$  соответственно в узле с номером  $i$  ( $i = 1, 2, \dots, 9$ ).

Пусть  $1 \leq k \leq p$ . Осуществим в правой части соотношения (3.3) группировку линейных  $s$ -элементов из  $d_k$  в линейные  $s$ -суперэлементы множества  $D_k$ . В результате получим, что матрица  $A^{(k)}$  удовлетворяет соотношению

$$v^T A^{(k)} u = \frac{1}{2} \sum_{E \in D_k} a_E \left[ \Phi_E(\hat{u}, \hat{v}) + 2 \overset{0}{\Phi}_E(\hat{u}, \hat{v}) \right], \quad \forall u, v \in G_k. \quad (3.4)$$

Через  $a_E$  обозначено сужение коэффициента  $a$  на линейный  $s$ -суперэлемент  $E$ .

Заменим в блочном представлении (3.2) матрицы  $A^{(k)}$  диагональный блок  $A_{22}^{(k)}$  на специальным образом выбранную матрицу. Из (3.4) следует, что матрица  $A_{22}^{(k)}$  удовлетворяет соотношению

$$v_2^T A_{22}^{(k)} u_2 = \frac{1}{2} \sum_{E \in D_k} a_E \left[ \Phi_E(\hat{u}, \hat{v}) + 2 \overset{0}{\Phi}_E(\hat{u}, \hat{v}) \right], \quad \forall u_2, v_2 \in G_k^{(2)}. \quad (3.5)$$

Функции  $\hat{u}, \hat{v} \in V_k$  в правой части (3.5) являются кусочно-линейными восполнениями сеточных функций  $u = [0, u_2^T, 0]^T$ ,  $v = [0, v_2^T, 0]^T$  соответственно.

Далее, определим матрицу  $B_{22}^{(k)}$  порядка  $n_k^{(2)}$  с помощью соотношения

$$v_2^T B_{22}^{(k)} u_2 = \frac{1}{2} \sum_{E \in D_k} a_E \Phi_E(\hat{u}, \hat{v}), \quad \forall u_2, v_2 \in G_k^{(2)}.$$

Наконец, определим матрицу

$$B^{(k)} = \begin{bmatrix} A_{11}^{(k)} & A_{12}^{(k)} & 0 \\ A_{21}^{(k)} & B_{22}^{(k)} + A_{21}^{(k)} A_{11}^{(k)-1} A_{12}^{(k)} & A_{23}^{(k)} \\ 0 & A_{32}^{(k)} & A_{33}^{(k)} \end{bmatrix}, \quad (3.6)$$

которую будем рассматривать как *переобуславливатель* для матрицы  $A^{(k)}$ .

Справедливо следующее утверждение [6].

**Теорема 3.1.** Для всех значений  $k=1,2,\dots,p$  независимо от значений коэффициента  $a$  в подобластях  $\Pi_m$  ( $m=1,2,\dots,l$ ) собственные числа матрицы  $B^{(k)^{-1}}A^{(k)}$  принадлежат отрезку  $[1,3]$ .

Рассмотрим дополнение Шура

$$S_{33}^{(k)} = A_{33}^{(k)} - A_{32}^{(k)}B_{22}^{(k)^{-1}}A_{23}^{(k)}$$

матрицы  $B^{(k)}$ , записанной в блочном виде (3.6). Имеет место следующее утверждение, устанавливаемое путем непосредственной проверки [6].

**Теорема 3.2.** Для всех значений  $k=1,2,\dots,p$  справедливо равенство

$$S_{33}^{(k)} = \frac{1}{2}A^{(k-1)}. \quad (3.7)$$

Имея в виду равенство (3.7), матрицу  $B^{(k)}$  назовем **двухсеточным переобуславливателем** для матрицы  $A^{(k)}$ .

Принимая во внимание теорему 3.2, блочное представление (3.6) матрицы  $B^{(k)}$  можно переписать в виде

$$B^{(k)} = \begin{bmatrix} A_{11}^{(k)} & A_{12}^{(k)} & 0 \\ A_{21}^{(k)} & B_{22}^{(k)} + A_{21}^{(k)}A_{11}^{(k)^{-1}}A_{12}^{(k)} & A_{23}^{(k)} \\ 0 & A_{32}^{(k)} & \frac{1}{2}A^{(k-1)} + A_{32}^{(k)}B_{22}^{(k)^{-1}}A_{23}^{(k)} \end{bmatrix}. \quad (3.8)$$

**4. Двухуровневый переобуславливатель для исходной матрицы жесткости.** В п. 2 нами была определена матрица жесткости конечноэлементной системы сеточных уравнений (2.5), возникающая при дискретизации граничной задачи на основе кусочно-квадратичной аппроксимации. Прежде всего выясним блочную структуру матрицы.

Рассмотрим квадратичный  $s$ -элемент  $e \in d$ , нумерация узлов которого дана на рис. 4б. Для дальнейших построений нам понадобятся специально определенные билинейные функционалы, связанные с узлами этого элемента:

$$\begin{aligned} F_e(u, v) \equiv & 4[(u_2 - u_9)(v_2 - v_9) + (u_2 - u_6)(v_2 - v_6) + (u_3 - u_6)(v_3 - v_6) + \\ & + (u_3 - u_7)(v_3 - v_7) + (u_4 - u_7)(v_4 - v_7) + (u_4 - u_8)(v_4 - v_8) + \\ & + (u_5 - u_8)(v_5 - v_8) + (u_5 - u_9)(v_5 - v_9)] - \\ & - [(u_6 - u_9)(v_6 - v_9) + (u_7 - u_6)(v_7 - v_6) + (u_8 - u_7)(v_8 - v_7) + \\ & + (u_9 - u_8)(v_9 - v_8)] \end{aligned} \quad (4.1)$$

и

$$F_e^0(u, v) \equiv 8 \sum_{j=2}^9 (u_1 - u_j)(v_1 - v_j), \quad (4.2)$$

где  $u_i$  и  $v_i$  есть значения соответственно функций  $u$  и  $v$  в узле с номером  $i$  ( $i=1,2,\dots,9$ ). Нетрудно убедиться в том, что

$$F_e(u, u) \geq 0, \quad \overset{0}{F}_e(u, u) \geq 0, \quad \forall u. \quad (4.3)$$

Сформулируем одно утверждение, по своей значимости аналогичное лемме 3.1. Доказывается оно с помощью прямых вычислений.

*Лемма 4.1.* Пусть  $e \in d$  – произвольный квадратичный  $s$ -элемент. Тогда для любых функций  $\tilde{u}, \tilde{v} \in V$  справедливо равенство

$$\int_e \nabla \tilde{u} \nabla \tilde{v} dx = \frac{1}{6} \left[ F_e(\tilde{u}, \tilde{v}) + \overset{0}{F}_e(\tilde{u}, \tilde{v}) \right].$$

Воспользовавшись утверждением леммы 4.1, из (2.6) получим, что матрица  $Q$  удовлетворяет соотношению

$$v^T Q u = \frac{1}{6} \sum_{e \in d} a_e \left[ F_e(\tilde{u}, \tilde{v}) + \overset{0}{F}_e(\tilde{u}, \tilde{v}) \right], \quad \forall u, v \in G. \quad (4.4)$$

Через  $a_e$  обозначено сужение функции  $a$  на квадратичный  $s$ -элемент  $e \in d$ .

В соответствии с разбиением (2.3) множества узлов  $N$  на три подмножества матрица  $Q$  допускает  $3 \times 3$ -блочное представление

$$Q = \begin{bmatrix} Q_{11} & Q_{12} & 0 \\ Q_{21} & Q_{22} & Q_{23} \\ 0 & Q_{32} & Q_{33} \end{bmatrix} \quad (4.5)$$

с диагональными блоками  $Q_{ii}$  порядка  $n^{(i)}$  ( $i=1,2,3$ ). При этом блоки  $Q_{11}$  и  $Q_{22}$  являются диагональными матрицами. Это легко устанавливается из соотношения (4.4) и определений (4.1) и (4.2) билинейных функционалов.

Заменим в блочном представлении (4.5) диагональный блок  $Q_{22}$  на матрицу, которая строится следующим образом. Из соотношения (4.4) следует, что матрица  $Q_{22}$  удовлетворяет соотношению

$$v_2^T Q_{22} u_2 = \frac{1}{6} \sum_{e \in d} a_e \left[ F_e(\tilde{u}, \tilde{v}) + \overset{0}{F}_e(\tilde{u}, \tilde{v}) \right], \quad \forall u_2, v_2 \in G^{(2)}. \quad (4.6)$$

Функции  $\tilde{u}, \tilde{v} \in V$  в правой части соотношения являются кусочно-квадратичными восполнениями сеточных функций  $u = [0, u_2^T, 0]^T$ ,  $v = [0, v_2^T, 0]^T$  соответственно.

Далее определим матрицу  $B_{22}$  порядка  $n^{(2)}$  с помощью соотношения

$$v_2^T B_{22} u_2 = \frac{1}{6} \sum_{e \in d} a_e F_e(\tilde{u}, \tilde{v}), \quad \forall u_2, v_2 \in G^{(2)}. \quad (4.7)$$

Легко заметить, что  $B_{22}$  является диагональной матрицей. Наконец, определим матрицу

$$B = \begin{bmatrix} Q_{11} & Q_{12} & 0 \\ Q_{21} & B_{22} + Q_{21} Q_{11}^{-1} Q_{12} & Q_{23} \\ 0 & Q_{32} & Q_{33} \end{bmatrix}, \quad (4.8)$$

которую будем рассматривать в качестве *переобуславливателя* для матрицы  $Q$ .

Сформулируем утверждение, связанное с блочной структурой матрицы  $B$ . Рассмотрим матрицу

$$S_{33} = Q_{33} - Q_{32} B_{22}^{-1} Q_{23}. \quad (4.9)$$

Воспользовавшись соотношениями (3.3), (4.4) и (4.7), с помощью прямых вычислений приходим к следующему результату.

*Теорема 4.1.* Имеет место равенство

$$S_{33} = \frac{1}{3} A^{(p)}. \quad (4.10)$$

Основываясь на последнем утверждении, матрицу  $B$  будем называть *двухуровневым переобуславливателем* для матрицы  $Q$ . С учетом (4.9) и (4.10) блочное представление (4.8) матрицы  $B$  можно записать в виде

$$B = \begin{bmatrix} Q_{11} & Q_{12} & 0 \\ Q_{21} & B_{22} + Q_{21} Q_{11}^{-1} Q_{12} & Q_{23} \\ 0 & Q_{32} & \frac{1}{3} A^{(p)} + Q_{32} B_{22}^{-1} Q_{23} \end{bmatrix}. \quad (4.11)$$

В заключении параграфа приведем оценку границ спектра матрицы  $B^{-1}Q$ . Используя технику перехода на суперэлементный уровень, разработанную в работах [5, 6, 11, 12], получим следующее утверждение.

*Теорема 4.2.* Независимо от значений коэффициента  $a$  в подобластях  $\Pi_m$  ( $m = 1, 2, \dots, t$ ) собственные числа матрицы  $B^{-1}Q$  принадлежат отрезку  $[1, 4]$ .

**5. Заключение.** Итак, нами построен двухуровневый переобуславливатель  $B$  для матрицы жесткости  $Q$  конечноэлементной системы (2.5) и установлены границы спектра матрицы  $B^{-1}Q$ . В последующей, второй части настоящей работы на основе переобуславливателя  $B$  для указанной матрицы  $Q$  будет построен многосеточный переобуславливатель.

*Кафедра математических методов  
и моделирования*

*Поступила 28.03.2002*

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Axelsson O., Hakopian Yu.R. and Kuznetsov Yu.A. – IMA J. Numer. Anal., 1997, v. 17, p. 125–149.
2. Axelsson O. and Vassilevski P.S. – Numer. Math., 1989, v. 56, p. 157–177.
3. Axelsson O. and Vassilevski P.S. – SIAM J. Numer. Anal., 1990, v. 27, № 6, p. 1569–1590.
4. Bramble J.H., Pasciak J.E. and Xu J. – In: Domain Decomposition Methods for PDE's, SIAM, 1990, p. 341–357.
5. Hakopian Yu.R. and Kuznetsov Yu.A. – Sov. J. Numer. Anal. Math. Modelling, 1991, v. 6, № 6, p. 453–483.
6. Kuznetsov Yu.A. – Sov. J. Numer. Anal. Math. Modelling, 1989, v. 4, № 5, p. 351–379.
7. Yserentant H. – Numer. Math., 1986, v. 49, p. 379–412.

8. **Оганесян Л.А., Руховец Л.А.** Вариационно-разностные методы решения эллиптических уравнений. Ер., АН Арм. ССР, 1979.
9. **Strang G. and Fix G.J.** – Prentice-Hall, Englewood Cliffs, N.J., 1973.
10. **Zenkiewicz O.C. and Morgan K.** Finite Elements and Approximation. A Wiley-Interscience Publication, John Wiley & Sons, 1983.
11. **Hakopian Yu.R.** – In: Mathematical Problems of Computer Science, v. 21; Trans. of the Institute for Informatics and Automation Problems of the National Acad. Sci. of Armenia, Yerevan, 2000, p. 164–180.
12. **Hakopian Yu.** – Algebra, Geometry & their Applications (Seminar Proceedings), Yerevan State University, Armenia, 2001, v. 1, p. 20–39.

ՅՈՒ.Ն. ՀԱԿՈՔՅԱՆ, Հ.Ա. ՀՈՎՀԱՆՆԻՍՅԱՆ

ՀԱՆՐԱՀԱՇՎԱԿԱՆ ԲԱԶՄԱՑԱՆՑԱՅԻՆ ՎԵՐԱՊԱՅՄԱՆԱՎՈՐԻՉ  
ՈՒՂՂԱՆԿՅՈՒՆ ՏԻՐՈՒՅԹՆԵՐՈՒՄ ԵՐԿՐՈՐԴ ԿԱՐԳԻ ՎԵՐՁԱՎՈՐ  
ՏԱՐԲԱՅԻՆ ՄՈՏԱՐԿՈՒՄՆԵՐԻ ՀԱՄԱՐ  
I. ԵՐԿՄԱԿԱՐԴԱԿԱՅԻՆ ՎԵՐԱՊԱՅՄԱՆԱՎՈՐԻՉ

Ա մ փ ո փ ո մ

Աշխատանքը, որը բաղկացած է երկու մասից, նվիրված է էլիպսական հավասարումների երկրորդ կարգի վերջավոր տարրային մոտարկումների դեպքում առաջացող կոշտության մատրիցների համար հանրահաշվական բազմացանցային վերապայմանավորիչների կառուցմանը և հետազոտմանը: Առաջին մասում նկարագրվում է երկմակարդակային վերապայմանավորիչը նախնական կոշտության մատրիցի համար, որը հիմք է հանդիսանալու բազմացանցային վերապայմանավորիչի կառուցման համար:

Yu.R. HAKOPIAN, H.A. HOVHANNISYAN

ALGEBRAIC MULTIGRID PRECONDITIONER FOR SECOND ORDER  
FINITE ELEMENT APPROXIMATIONS IN RECTANGULAR DOMAINS

I. TWO-LEVEL PRECONDITIONER

Summary

The present paper, consisting of two parts, is devoted to constructing an algebraic multigrid preconditioner for stiffness matrices arising in second-order finite element approximation of elliptic boundary value problems. In the first part a two-level preconditioner on the base of which the multigrid preconditioner will be constructed is described.

*Математика*

УДК 517.95

Г.Г. КАЗАРЯН

ГРУППОВОЙ АНАЛИЗ НЕКОТОРЫХ НЕЛИНЕЙНЫХ УРАВНЕНИЙ

Настоящая работа посвящается изучению одного класса нелинейных уравнений с частными производными третьего порядка с точки зрения группового анализа и групповой классификации. Определяются полные группы симметрий, относительно которых они инвариантны, указываются соответствующие базисные векторы алгебры Ли.

1<sup>0</sup>. Проблема построения новых решений нелинейных уравнений с частными производными является одной из важных задач при их исследовании. Одним из методов построения частных решений или интегрирования понижением порядка уравнения является групповой анализ нелинейных дифференциальных уравнений [1].

Групповой анализ и групповая классификация дифференциальных уравнений с частными производными – это определение полных групп симметрий при различных значениях параметров, входящих в уравнение. Группа симметрий дифференциального уравнения определяет отображения, преобразующие решения этого уравнения в другие ее решения.

В настоящей работе изучается нелинейное уравнение

$$u_t = u \cdot u_{xxx} + \alpha u^k u_x^n + \beta u^p u_{xx}^q + \gamma u_x^r u_{xx}^l + \delta u_x^m + \sigma u^c + \varepsilon u_{xx}^d, \quad (1.1)$$

где  $\alpha, \beta, \gamma, \delta, \sigma, \varepsilon$  – постоянные, а  $k, n, p, q, r, l, m, c, d$  – рациональные числа.

Уравнение (1.1) при  $k=2, n=1, \alpha=5, r=l=1, \gamma=3, \beta=\delta=\sigma=\varepsilon=0$  переходит в

$$u_t = u \cdot u_{xxx} + 3u_x u_{xx} + 5uu_x, \quad (1.2)$$

что связано с уравнениями, удовлетворяющими принципу Гюйгенса [2, 3], и изучено в работе [4].

Групповой анализ показывает, что при любых коэффициентах  $\alpha, \beta, \dots$  и степенях  $k, n, \dots$  уравнение (1.1) инвариантно относительно групп сдвигов по времени и в пространстве [1]. Показывается также, что при определенных коэффициентах и степенях (1.1) допускает расширение групп



пы симметрий. Полученные результаты записаны в виде таблицы (см. ниже), где вместе с группами симметрий указаны соответствующие базисные векторы алгебры Ли [1], а также соответствующие значения коэффициентов и степеней уравнения (1.1).

Для (1.2) построение инвариантных решений сводится к решению обыкновенных дифференциальных уравнений.

2<sup>0</sup>. Пусть  $G$  – группа преобразований в пространстве  $(t, x, u)$ , зависящая от вещественного параметра  $a$ :

$$(t, x, u) \rightarrow (f^1(t, x, u, a), f^2(t, x, u, a), f^3(t, x, u, a)). \quad (2.1)$$

Пусть далее

$$X = \xi_1(t, x, u) \frac{\partial}{\partial t} + \xi_2(t, x, u) \frac{\partial}{\partial x} + \eta(t, x, u) \frac{\partial}{\partial u} \quad (2.2)$$

инфинитезимальный оператор группы  $G$ , где

$$\xi_1(t, x, u) = \left. \frac{\partial f^1}{\partial a} \right|_{a=0}, \quad \xi_2(t, x, u) = \left. \frac{\partial f^2}{\partial a} \right|_{a=0}, \quad \eta(t, x, u) = \left. \frac{\partial f^3}{\partial a} \right|_{a=0}.$$

Известно [1], что уравнение (1.1) инвариантно относительно группы  $G$  с инфинитезимальным оператором (2.2) тогда и только тогда, когда

$$X F \Big|_{F=0} = 0, \quad (2.3)$$

где  $F(t, x, u, u_t, u_x, u_{xx}, u_{xxx}) \equiv$

$$\equiv -u_t + u \cdot u_{xxx} + \alpha u^k u_x^n + \beta u^p u_{xx}^q + \gamma u_x^r u_{xx}^l + \delta u_x^m + \sigma u^c + \varepsilon u_{xx}^d, \quad (2.4)$$

$$a \quad X = \xi_1 \frac{\partial}{\partial t} + \xi_2 \frac{\partial}{\partial x} + \eta \frac{\partial}{\partial u} + \zeta_1 \frac{\partial}{\partial u_t} + \zeta_2 \frac{\partial}{\partial u_x} + \zeta_{22} \frac{\partial}{\partial u_{xx}} + \zeta_{222} \frac{\partial}{\partial u_{xxx}} \quad (2.5)$$

инфинитезимальный оператор продолженной группы  $G$ . Уравнение (2.3)

называется определяющим уравнением группы, допускаемой (1.1). При этом  $\zeta_1, \zeta_2, \zeta_{22}, \zeta_{222}$  вычисляются по формулам продолжения [1]:

$$\begin{aligned} \xi_1 &= \eta_t + \eta_u u_t - (\xi_{1t} + \xi_{1u} u_t) u_t - (\xi_{2t} + \xi_{2u} u_t) u_x, \\ \xi_2 &= \eta_x + \eta_u u_x - (\xi_{1x} + \xi_{1u} u_x) u_t - (\xi_{2x} + \xi_{2u} u_x) u_x, \\ \xi_{22} &= \xi_{2x} + \xi_{2u} u_x - (\xi_{1x} + \xi_{1u} u_x) u_{tx} - (\xi_{2x} + \xi_{2u} u_x) u_{xx}, \\ \xi_{222} &= \xi_{22x} + \xi_{22u} u_x - (\xi_{1x} + \xi_{1u} u_x) u_{txx} - (\xi_{2x} + \xi_{2u} u_x) u_{xxx}. \end{aligned} \quad (2.6)$$

Определяющее уравнение (2.3) после подстановки в него значений  $\zeta_1, \zeta_2, \zeta_{22}, \zeta_{222}$  из формулы (2.6) с учетом (2.4) и (2.5) расщепляется на несколько уравнений относительно функций  $\xi_1, \xi_2, \eta$ . Решая полученную систему дифференциальных уравнений, мы замечаем, что при определенных соотношениях между коэффициентами  $\alpha, \beta, \dots$  и степенями  $k, n, \dots$  получаются следующие решения:

$$1) \quad \xi_1 = C_1, \quad \xi_2 = C_2, \quad \eta = 0 \quad (2.7)$$

при произвольных коэффициентах  $\alpha, \beta, \gamma, \delta, \sigma, \varepsilon$  и степенях  $k, n, p, q, r, l, m, c, d$ ;

$$2) \quad \xi_1 = bC_1 t + C_4, \quad \xi_2 = C_1 x + C_2, \quad \eta = u(3-b)C_1, \quad (2.8)$$

где  $b = \frac{3-2n-3k}{2-(k+n)}$ , при произвольных коэффициентах  $\alpha, \beta, \gamma, \delta, \sigma, \varepsilon$  и степенях  $k, n, p, q, r, l, m, c, d$ , удовлетворяющих условиям  $k+n \neq 2$ ,  $p+q \neq 2$ ,  $l+r \neq 2$ ,  $c \neq 1, 2$ ,  $m \neq 1, 2$ ,  $d \neq 1, 2$ , а также  $q = \frac{n+pn+3k-3p}{2k+n-1}$ ,

$$l = \frac{n+3k-kr-r}{2k+n-1}, c = \frac{3k+n}{3-n}, m = \frac{3k+n}{k+1}, d = \frac{3k+n}{2k+n-1};$$

$$3) \xi_1 = bC_1 t + C_4, \xi_2 = C_1 x + (1-b)\delta C_1 t + C_3, \eta = u(3-b)C_1, \quad (2.9)$$

где  $b = \frac{3-2n-3k}{2-(k+n)}$ , при произвольных коэффициентах  $\alpha \neq 0, \beta, \gamma, \delta \neq 0, \sigma, \varepsilon$  и степенях  $k, n, p, q, r, l, m, c, d$ , удовлетворяющих условиям  $k+n \neq 2$ ,  $p+q \neq 2$ ,  $l+r \neq 2$ ,  $c \neq 1, 2$ ,  $d \neq 1, 2$ ,  $m=1$ ,  $q = \frac{n+pn+3k-3p}{2k+n-1}$ ,

$$l = \frac{n+3k-kr-r}{2k+n-1}, c = \frac{3k+n}{3-n}, d = \frac{3k+n}{2k+n-1};$$

$$4) \xi_1 = C_3 t + C_4, \xi_2 = C_1 x + C_2, \eta = u(3C_1 - C_3) \quad (2.10)$$

при коэффициентах  $\alpha = \beta = \gamma = \delta = \sigma = \varepsilon = 0$ ;

$$5) \xi_1 = \left( C_1 - \frac{C_2}{\delta} \right) t + C_3, \xi_2 = C_1 x + C_2 t + C_4, \eta = u \left( 2C_1 + \frac{C_2}{\delta} \right) \quad (2.11)$$

при коэффициентах  $\alpha = \beta = \gamma = \sigma = \varepsilon = 0$ ,  $\delta \neq 0$  и степени  $m=1$ ;

$$6) \xi_1 = C_1 t + C_2, \xi_2 = C_3 \exp\left(\frac{3\delta-5\beta}{30}x\right) + C_4, \quad (2.12)$$

$$\eta = -u \left[ C_3 \frac{5\beta-3\delta}{10} \exp\left(\frac{3\delta-5\beta}{30}x\right) + C_1 \right]$$

при коэффициентах  $\varepsilon=0$ ,  $\beta, \delta$  таких, что  $5\beta \neq 3\delta$ ,  $\gamma = \frac{6\delta}{5\beta-3\delta}$ ,

$\alpha = \frac{1}{3}\beta\delta - \frac{31}{100}\delta^2 + \frac{11}{36}\beta^2$ ,  $\sigma = \frac{1}{20}\beta^2\delta - \frac{9}{100}\beta\delta^2 + \frac{3}{100}\delta^3 + \frac{1}{36}\beta^3$ , и степенях  $p=q=1$ ,  $r=l=1$ ,  $k=n=1$ ,  $m=2$ ,  $c=2$ ;

$$7) \xi_1 = C_2 \exp(-\sigma t) + \frac{C_1}{\sigma}, \xi_2 = C_3 x + C_4, \eta = u[3C_3 + C_2\sigma \exp(-\sigma)] \quad (2.13)$$

при коэффициентах  $\alpha = \beta = \gamma = \delta = \varepsilon = 0$ ,  $\sigma \neq 0$  и степени  $c=1$ ;

$$8) \xi_1 = C_2 \exp(-\sigma t) + \frac{C_1}{\sigma}, \xi_2 = C_3 \exp\left(\frac{3\delta-5\beta}{30}x\right) + C_4, \quad (2.14)$$

$$\eta = u \left[ C_3 \frac{3\delta-5\beta}{10} \exp\left(\frac{3\delta-5\beta}{30}x\right) + C_2 \exp(-\sigma) \right]$$

при коэффициентах  $\varepsilon=0$ ,  $\sigma \neq 0$ ,  $5\beta \neq 3\delta$ ,  $\gamma = \frac{6\delta}{5\beta-3\delta}$ ,

$\alpha = \frac{1}{3}\beta\delta - \frac{31}{100}\delta^2 + \frac{11}{36}\beta^2$  и степенях  $p=q=1, r=l=1, k=n=1, m=2, c=1$ ;

$$9) \xi_1 = C_2 \exp(-\sigma t) + \frac{C_1}{\sigma}, \quad \xi_2 = C_3 x + \delta C_3 t - \delta C_2 \exp(-\sigma t) + C_4, \quad (2.15)$$

$$\eta = u[3C_3 + \sigma C_2 \exp(-\sigma)]$$

при коэффициентах  $\alpha = \beta = \gamma = \varepsilon = 0, \sigma \neq 0, \delta \neq 0$  и степенях  $c=1, m=1$ , где  $C_1, C_2, C_3, C_4$  – произвольные постоянные.

Каждому из решений (2.7)–(2.15) соответствует система операторов 2.2), которая, как нетрудно проверить, служит базисом алгебры Ли [1] для этих групп симметрий. Полученные результаты запишем в виде таблицы.

Гр.	Базисные векторы алгебры Ли	Уравнение	Примечания
$G_1$	$X_1 = \frac{\partial}{\partial t}, X_2 = \frac{\partial}{\partial x}$	$u_t = u \cdot u_{xx} + \alpha u' u_x' + \beta u'' u_x'' + \gamma u' u_x' + \delta u_x'' + \sigma u' + \varepsilon u_x'$	$\alpha, \beta, \gamma, \delta, \sigma, \varepsilon$ – произв. постоянные, $k, n, p, q, r, l, m, c, d$ – рациональные числа
$G_2$	$X_1 = \frac{\partial}{\partial t}, X_2 = \frac{\partial}{\partial x}, X_3 = b t \frac{\partial}{\partial t} + x \frac{\partial}{\partial x} + (3-b) u \frac{\partial}{\partial u},$ $b = \frac{3-2n-3k}{2-(n+k)}$	$u_t = u \cdot u_{xx} + \alpha u' u_x' + \beta u'' u_x'' + \gamma u' u_x' + \delta u_x'' + \sigma u' + \varepsilon u_x'$	$\alpha, \beta, \gamma, \delta, \sigma, \varepsilon$ – произв. постоянные, $q = \frac{n+pn+3k-3p}{2k+n-1}, l = \frac{n+3k-kr-r}{2k+n-1}, c = \frac{3k+n}{3-n},$ $m = \frac{3k+n}{k+1}, d = \frac{3k+n}{2k+n-1},$ $k+n \neq 2, p+q \neq 2, l+r \neq 2, c \neq 2; 1, m \neq 2; 1, d \neq 2; 1$
$G_3$	$X_1 = \frac{\partial}{\partial t}, X_2 = \frac{\partial}{\partial x},$ $X_3 = b t \frac{\partial}{\partial t} + (x + \delta(1-b)u) \frac{\partial}{\partial x} + (3-b)u \frac{\partial}{\partial u},$ $b = \frac{3-2n-3k}{2-(n+k)}$	$u_t = u \cdot u_{xx} + \alpha u' u_x' + \beta u'' u_x'' + \gamma u' u_x' + \delta u_x'' + \sigma u' + \varepsilon u_x'$	$\alpha \neq 0, \beta, \gamma, \delta \neq 0, \sigma, \varepsilon$ – произв. постоянные, $q = \frac{n+pn+3k-3p}{2k+n-1}, l = \frac{n+3k-kr-r}{2k+n-1}, c = \frac{3k+n}{3-n},$ $d = \frac{3k+n}{2k+n-1},$ $k+n \neq 2, p+q \neq 2, l+r \neq 2, c \neq 2; 1, d \neq 2; 1, m=1$
$G_4$	$X_1 = \frac{\partial}{\partial t}, X_2 = \frac{\partial}{\partial x},$ $X_3 = t \frac{\partial}{\partial t} - u \frac{\partial}{\partial u},$ $X_4 = x \frac{\partial}{\partial x} + 3u \frac{\partial}{\partial u}$	$u_t = u \cdot u_{xx}$	

$X_1 = t \frac{\partial}{\partial t} + x \frac{\partial}{\partial x} + 2u \frac{\partial}{\partial u},$ $X_2 = -\frac{1}{\delta} t \frac{\partial}{\partial t} + t \frac{\partial}{\partial x} + u \frac{1}{\delta} \frac{\partial}{\partial u}$	$u_t = u \cdot u_{xx} + \delta u_t$	$\delta \neq 0$
$X_1 = \frac{\partial}{\partial t}, \quad X_2 = \frac{\partial}{\partial x},$ $X_3 = t \frac{\partial}{\partial t} - u \frac{\partial}{\partial u},$ $X_4 = \exp\left(\frac{3\delta - 5\beta}{30} x\right) \frac{\partial}{\partial x} -$ $-u \frac{5\beta - 3\delta}{10} \exp\left(\frac{3\delta - 5\beta}{30} x\right) \frac{\partial}{\partial u}$	$u_t = u \cdot u_{xx} + \alpha u u_t +$ $+ \beta u u_x + \gamma u_x u_x +$ $+ \delta u_t^2 + \sigma u^2$	$5\beta \neq 3\delta, \quad \gamma = \frac{6\delta}{5\beta - 3\delta},$ $\alpha = \frac{1}{3} \beta \delta - \frac{31}{100} \delta^2 + \frac{11}{36} \beta^2,$ $\sigma = \frac{1}{20} \beta^2 \delta - \frac{9}{100} \beta \delta^2 +$ $+ \frac{3}{100} \delta^3 + \frac{1}{36} \beta^3$
$X_1 = \frac{1}{\sigma} \frac{\partial}{\partial t}, \quad X_2 = \frac{\partial}{\partial x},$ $X_3 = \exp(-\sigma t) \frac{\partial}{\partial t} +$ $+ u \sigma \exp(-\sigma t) \frac{\partial}{\partial u},$ $X_4 = x \frac{\partial}{\partial x} + 3u \frac{\partial}{\partial u}$	$u_t = u \cdot u_{xx} + \sigma u$	$\sigma \neq 0$
$X_1 = \frac{1}{\sigma} \frac{\partial}{\partial t}, \quad X_2 = \frac{\partial}{\partial x},$ $X_3 = \exp(-\sigma t) \frac{\partial}{\partial t} +$ $+ u \sigma \exp(-\sigma t) \frac{\partial}{\partial u},$ $X_4 = \exp\left(\frac{3\delta - 5\beta}{30} x\right) \frac{\partial}{\partial x} -$ $-u \frac{5\beta - 3\delta}{10} \exp\left(\frac{3\delta - 5\beta}{30} x\right) \frac{\partial}{\partial u}$	$u_t = u \cdot u_{xx} + \alpha u u_t +$ $+ \beta u u_x + \gamma u_x u_x +$ $+ \delta u_t^2 + \sigma u$	$\sigma \neq 0, \quad 5\beta \neq 3\delta,$ $\alpha = \frac{1}{3} \beta \delta - \frac{31}{100} \delta^2 + \frac{11}{36} \beta^2,$ $\gamma = \frac{6\delta}{5\beta - 3\delta}$
$X_1 = \frac{1}{\sigma} \frac{\partial}{\partial t}, \quad X_2 = \frac{\partial}{\partial x},$ $X_3 = \exp(-\sigma t) \frac{\partial}{\partial t} -$ $- \delta \exp(-\sigma t) \frac{\partial}{\partial x} +$ $+ u \sigma \exp(-\sigma t) \frac{\partial}{\partial u},$ $X_4 = (x + \delta t) \frac{\partial}{\partial x} + 3u \frac{\partial}{\partial u}$	$u_t = u \cdot u_{xx} + \delta u_t + \sigma u$	$\delta \neq 0, \quad \sigma \neq 0$

Однопараметрические группы симметрий (2.1) уравнения (1.1) деляются как решение задачи Коши следующей системы [1]:

$$\frac{df^1}{da} = \xi_1(f^1, f^2, f^3), \quad f^1|_{a=0} = t,$$

$$\frac{df^2}{da} = \xi_2(f^1, f^2, f^3), \quad f^2|_{a=0} = x,$$

$$\frac{df^3}{da} = \eta(f^1, f^2, f^3), \quad f^3|_{a=0} = u.$$

Отсюда получаем соответствующие решения (2.7)–(2.15) группы симметрий  $G_1 - G_9$ , зависящие от вещественного параметра  $a$ :

$$G_1 : (t, x, u) \rightarrow (t + a, x, u), \quad (t, x, u) \rightarrow (t, x + a, u);$$

$$G_2 : (t, x, u) \rightarrow (te^{ba}, xe^a, ue^{(3-b)a});$$

$$G_3 : (t, x, u) \rightarrow (te^{ba}, (x + \delta t)e^a - \delta te^{ab}, ue^{(3-b)a});$$

$$G_4 : (t, x, u) \rightarrow (te^a, x, ue^{-a}), \quad (t, x, u) \rightarrow (t, xe^a, ue^{3a});$$

$$G_5 : (t, x, u) \rightarrow (te^a, xe^a, ue^{2a}), \quad (t, x, u) \rightarrow (t \cdot e^{-\frac{1}{\delta}a}, -\delta te^{-\frac{1}{\delta}a} + (x + \delta t), ue^{\frac{1}{\delta}a});$$

$$G_6 : (t, x, u) \rightarrow (te^{-a}, x, ue^a),$$

$$(t, x, u) \rightarrow \left( t, \frac{30}{5\beta - 3\delta} \ln \left( \frac{5\beta - 3\delta}{30} a + e^{\frac{5\beta - 3\delta}{30} x} \right), ue^{\frac{5\beta - 3\delta}{10} x} \left( \frac{5\beta - 3\delta}{30} a + e^{\frac{5\beta - 3\delta}{30} x} \right)^{-3} \right);$$

$$G_7 : (t, x, u) \rightarrow (t, xe^a, ue^{3a}), \quad (t, x, u) \rightarrow \left( \frac{1}{\sigma} \ln(\sigma a + e^{t\sigma}), x, ue^a, u(\sigma a e^{-t\sigma} + 1) \right);$$

$$G_8 : (t, x, u) \rightarrow \left( \frac{1}{\sigma} \ln(\sigma a + e^{t\sigma}), x, ue^a, u(\sigma a e^{-t\sigma} + 1) \right),$$

$$(t, x, u) \rightarrow \left( t, \frac{30}{5\beta - 3\delta} \ln \left( \frac{5\beta - 3\delta}{30} a + e^{\frac{5\beta - 3\delta}{30} x} \right), ue^{\frac{5\beta - 3\delta}{10} x} \left( \frac{5\beta - 3\delta}{30} a + e^{\frac{5\beta - 3\delta}{30} x} \right)^{-3} \right);$$

$$G_9 : (t, x, u) \rightarrow (t, (x + \delta t)e^a - \delta t, ue^{3a}),$$

$$(t, x, u) \rightarrow \left( \frac{1}{\sigma} \ln(\sigma a + e^{t\sigma}), -\frac{\delta}{\sigma} \ln(\sigma a + e^{t\sigma}) + \delta t + x, u(\sigma a e^{-t\sigma} + 1) \right).$$

Рассмотрим ряд приложений найденных групп симметрий уравнений вида (1.1). Для начала можно действовать в соответствии с определением группы симметрий, чтобы строить новые решения уравнений по уже известным. Группа симметрий дает средство классификации множества решений. Можно также определить, какие типы дифференциальных уравнений допускают данную группу симметрий. Так, напр., нетрудно проверить, что среди уравнений, допускающих четырехмерную алгебру Ли, нет таких, для которых функция  $-\frac{2}{x^2}$  была бы стационарным решением, отсюда можно пред-

положить, что непосредственной (описанной в [2]) связи между гиперболическими уравнениями, удовлетворяющими принципу Гюйгенса, и нелиней-

ными уравнениями третьего порядка вида (1.1), допускающими четырехмерную алгебру Ли, не существует.

Кафедра высшей математики физфака

Поступила 26.04.2002

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Ибрагимов Н.Х. Группы преобразований в математической физике. М.: Наука, 1983.
2. Kazarian G.G., Oganessian A.O. – Countemp. Math. Anal., 1994, v. 29, № 5, p. 64–73.
3. Gunther P. Huygens' Principle and Hiperbolic Equations, New York: Acad. Press, 1988.
4. Казарян Г.Г. – Ученые записки ЕГУ, 1995, № 1.

Գ.Գ. ՂԱԶԱՐՅԱՆ

### ՈՐՈՇ ՈՉ ԳԾԱՅԻՆ ՀԱՎԱՍԱՐՈՒՄՆԵՐԻ ԽՄԲԱՅԻՆ ԱՆԱԼԻԶԸ

#### Ամփոփում

Հոդվածը նվիրված է III կարգի մասնակի ածանցյալներով ոչ գծային դիֆերենցիալ հավասարումների որոշակի դասի հետազոտմանը խմբային անալիզի և խմբային դասակարգման տեսանկյունից: Որոշված են սիմետրիաների լրիվ խմբերը, որոնց նկատմամբ հավասարումները ինվարիանտ են, նշված են  $L$ -ի հանրահաշվի համապատասխան բազիսային վեկտորները:

G.G. GHAZARIAN

### GROUP ANALYSIS OF SOME NONLINEAR EQUATIONS

#### Summary

This paper is devoted to the investigation from the point of group analysis and group classification of some class of third order nonlinear partial differential equation. The whole groups of symmetry, concerning which equations are invariant, are obtained, the corresponding basis vectors of the Lee algebra are pointed.

УДК 517.96

Х.А. ХАЧАТРЯН

ОЦЕНКА РЕШЕНИЯ ОДНОГО ИНТЕГРАЛЬНОГО УРАВНЕНИЯ  
 ТИПА ВОЛЬТЕРРА

В работе рассматривается одно интегральное уравнение типа Вольтерра со стохастическим ядром. Специальная факторизация позволяет свести исходное уравнение к уравнению со сжимающим оператором, а также в зависимости от свойств свободного члена найти асимптотику его решения на бесконечности. Показано, что полученная оценка является точной. Результаты распространяются на уравнение Вольтерра с переменным нижним пределом.

**1. Интегральное уравнение Вольтерра с переменным верхним пределом.**  
 Рассмотрим следующее интегральное уравнение типа Вольтерра:

$$f(x) = g(x) + \int_0^x v(x,t) f(t) dt, \quad (1)$$

где 
$$v(x,t) = \begin{cases} \int_a^b \alpha(t,s) e^{-a(t,s)(x-t)} d\sigma(s), & \text{если } x \geq t, \\ 0, & \text{если } x < t. \end{cases} \quad (2)$$

Здесь  $\alpha(t,s)$  – положительная функция на  $[0, +\infty) \times [a, b]$ , а  $\sigma(s)$  – неубывающая функция на  $[a, b]$ , удовлетворяющая условию

$$\int_a^b d\sigma(s) = 1. \quad (3)$$

Заметим, что ядро уравнения (1) является стохастическим, т. е.

$$\int_0^\infty v(x,t) dx = 1. \quad (4)$$

Обозначим через  $M_+$  пространство ограниченных функций на  $[0, +\infty)$ , а  $L_1^+$  – пространство  $L_1(0, +\infty)$ .

Перепишем уравнение (1) в операторной форме

$$(I - V)f = g, \quad (1')$$

где  $I$  – единичный оператор, а  $V$  – оператор, действующий в пространстве  $L_1^+ \cap M_+$ , причем  $V: L_1^+ \cap M_+ \rightarrow L_1^+ \cap M_+$ ,

$$(Vf)(x) \equiv \int_0^x v(x,t) f(t) dt. \quad (5)$$

Ниже будет показано, что если  $g \in L_1^+ \cap M_+$ , то  $f(x) = g(x) + F(x)$ , где  $F(x) \sim O(1)$  при  $x \rightarrow +\infty$ , а если  $g \in M_+$ , то решение уравнения (1) обладает асимп-

тотикой  $f(x) = O(x)$ . В конце работы приведены результаты по асимптотическому поведению для соответствующего уравнения Вольтерра с переменным нижним пределом.

Изучение уравнения (1) является подготовительным этапом для дальнейшего рассмотрения соответствующего интегрального уравнения на полуоси, которое возникает в физической кинетике и имеет важное применение в кинетической теории газов, теории переноса излучения и др. [1], а также представляет самостоятельный математический интерес.

Пусть оператор  $U$ , действующий в пространстве  $L_1^+ \cap M_+$ , имеет вид

$$(Uf)(x) \equiv \beta \int_0^x f(t) dt; \quad U: L_1^+ \cap M_+ \rightarrow M_+, \quad (6)$$

где  $\beta$  – произвольное положительное число.

Воздействуем слева на обе части уравнения (1') оператором  $I + U$ . В результате получаем

$$(I - W)f = \tilde{g}, \quad (7)$$

$$W = UV - U + V, \quad \tilde{g} = g + Ug, \quad W: L_1^+ \cap M_+ \rightarrow M_+. \quad (8)$$

Пусть  $w(x, y)$  – ядро оператора  $W$ . После простых выкладок получаем

$$w(x, y) = \int_a^b e^{-\alpha(y,s)(x-y)} [\alpha(y, s) - \beta] d\sigma(s) \cdot \theta(x - y), \quad (9)$$

где

$$\theta(x) = \begin{cases} 1, & \text{если } x \geq 0, \\ 0, & \text{если } x < 0. \end{cases}$$

*Лемма.* Пусть  $h(x)$  – произвольная функция из пространства  $L_1^+ \cap M_+$ . Тогда имеет место неравенство

$$|(Wh)(x)| \leq \delta \|h\|_{M_+}, \quad (10)$$

где 
$$\delta = \int_a^b \sup_{y \in [0, +\infty)} \text{ess} |\alpha(y, s) - \beta| \frac{d\sigma(s)}{\alpha_0(s)}, \quad \alpha_0(s) = \inf_{y \in [0, +\infty)} \alpha(y, s). \quad (11)$$

*Доказательство.* Имеем

$$\begin{aligned} |(Wh)(x)| &\leq \int_0^x |w(x, y)h(y)| dy \leq \|h\|_{M_+} \int_0^x \int_a^b e^{-\alpha(y,s)(x-y)} |\alpha(y, s) - \beta| d\sigma(s) \leq \\ &\|h\|_{M_+} \int_0^x \int_a^b e^{-\alpha_0(s)(x-y)} |\alpha(y, s) - \beta| d\sigma(s) \leq \\ &\leq \|h\|_{M_+} \int_a^b \sup_{y \in [0, +\infty)} \text{ess} |\alpha(y, s) - \beta| d\sigma(s) \int_0^x e^{-\alpha_0(s)(x-y)} dy \leq \|h\|_{M_+} \delta. \quad \blacktriangleright \end{aligned}$$

Предположим, что

$$\delta < 1. \quad (12)$$

i) Пусть  $g \in L_1^+ \cap M_+$ .

При выполнении условия (12) оператор  $W$  является сжатием в  $L_1^+ \cap M_+$ .

Рассмотрим ряд Неймана

$$f(x) = g(x) + (Ug)(x) + (WUg)(x) + (W^2Ug)(x) + (Wg)(x) + (W^2g)(x) + \dots \quad (13)$$

Учитывая (9), (10) и изменяя порядок интегрирования, будем иметь



$$|(WUg)(x)| = \beta \left| \int_0^x w(x, y) dy \int_0^y g(t) dt \right| \leq \beta \|g\|_{L_1} \delta. \quad (14)$$

Заметим, что из (10) и из условия  $\int_b^a \sup_{t \in [0, +\infty)} |\alpha(t, s) - \beta| d\sigma(s) < +\infty$  следует, что

$$|(Wg)(x)| \leq \delta \|g\|_{M_+}. \quad (15)$$

Тогда с учетом (12)–(15) получаем, что решение уравнения (1)–(3) имеет следующую структуру:  $f(x) = g(x) + F(x)$ ,

где  $g \in L_1^+ \cap M_+$ , а

$$|F(x)| \leq \|g\|_{L_1} \frac{\beta}{1-\delta} + \frac{\|g\|_{M_+} \delta}{1-\delta}, \text{ т. е. } F(x) = O(1) \text{ при } x \rightarrow +\infty. \quad (16)$$

ii) Пусть теперь  $g \in M_+$  и  $g(x) \geq 0$ . Тогда

$$\tilde{g}(x) = g(x) + \beta \int_0^x g(t) dt \geq 0. \quad (17)$$

Перепишем уравнение (7) в раскрытой форме:

$$f(x) = \tilde{g}(x) + \int_0^x w(x, t) f(t) dt. \quad (18)$$

Рассмотрим следующую итерацию для (18):

$$f_{n+1}(x) = \tilde{g}(x) + \int_0^x w(x, t) f_n(t) dt, \quad f_0(x) = \tilde{g}(x). \quad (19)$$

Из (17) по индукции следует, что функции  $f_n(x)$  неубывающие по  $n$ . Если  $g(x)$  – неубывающая на  $[0, \infty)$  функция, то функции  $f_n(t)$  – неубывающие по  $t$  на каждом  $[0, x]$ . Следовательно, из доказанной леммы и из (19) получаем  $f_n(x) \leq \frac{\tilde{g}(x)}{1-\delta}$ .

Для каждого фиксированного  $x$  последовательность  $f_n(x)$  по  $n$  монотонна и ограничена. Следовательно, при  $n \rightarrow +\infty$  последовательность  $f_n(x)$  имеет предел  $f(x)$ . Легко убедиться, что  $f(x)$  является решением уравнения (18), причем

$$f(x) \leq \frac{g(x) + \beta \int_0^x g(t) dt}{1-\delta}, \text{ т. е. } f(x) = O(x) \text{ при } x \rightarrow +\infty. \quad (20)$$

Итак нами доказана

**Теорема 1.** Пусть  $\beta > 0$ ,  $\alpha(t, s)$  – некоторая положительная и ограниченная по  $t (t \in [0, +\infty))$  функция, для которой интегралы

$$\delta = \int_a^b \frac{\sup_{t \in [0, +\infty)} |\alpha(t, s) - \beta|}{\inf_{t \in [0, +\infty)} \alpha(t, s)} d\sigma(s), \quad \int_b^a \sup_{t \in [0, +\infty)} |\alpha(t, s) - \beta| d\sigma(s)$$

сходятся ( $0 \leq a < b \leq +\infty$ ), причем  $\delta < 1$ . Тогда

1) если  $g \in L_1^+ \cap M_+$ , то единственное решение  $f(x)$  уравнения (1) имеет следующую структуру:  $f(x) = g(x) + F(x)$ , где  $F(x) = O(1)$  при  $x \rightarrow +\infty$ ;

2) если  $g \in M_+$  – неубывающая функция на  $[0, \infty)$ , то единственное решение  $f(x)$  уравнения (1) имеет асимптотику  $f(x) = O(x)$  при  $x \rightarrow +\infty$ . ►

*Замечание 1.* Следует отметить, что если  $\alpha(t, s) \equiv \beta$  (т. е.  $\delta = 0$ ), то ядро уравнения (1) становится зависящим от разности аргументов, и мы приходим к уравнению восстановления

$$f(x) = g(x) + \int_0^x v(x-t) f(t) dt. \quad (21)$$

Хорошо известно, что если выполняются условия  $v(x) \geq 0$ ;  $\int_0^x v(t) dt = 1$ ,  $m_1 = \int_0^x tv(t) dt < +\infty$ ,  $g \in L_1^+$ ,  $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = 0$ , то существует предел решения уравнения (21), который определяется по формуле [2, 3]

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \frac{1}{m_1} \int_0^{\infty} g(t) dt. \quad (22)$$

Легко заметить, что в этом частном случае  $m_1 = \frac{1}{\beta}$  и равенство (22) свидетельствует о том, что оценка (16) является «точной».

Отметим также, что асимптотика  $f(x) = O(x)$  при  $x \rightarrow +\infty$  для уравнения восстановления (когда  $\alpha(t, s) = \text{const}$ ) со свободным членом  $g(x) = 1$  была получена в работе [4].

*Предложение.* Пусть

$$1. \alpha(t, s) \geq 0 \text{ на } [0, +\infty) \times [a, b], \int_b^a \sup_{t \in [0, +\infty)} |\alpha(t, s) - \beta| d\sigma(s) < +\infty,$$

$$2. \delta < 1,$$

3.  $g \in L_1^{loc}[0, +\infty)$  – неубывающая, неотрицательная функция. Тогда для решения уравнения (1) имеет место следующая оценка :

$$f(x) \leq \frac{g(x) + \beta \int_0^x g(t) dt}{1 - \delta}. \quad (23)$$

*Доказательство.* Заметим, что если  $g \in L_1^{loc}[0, +\infty)$ , то и  $\tilde{g} \in L_1^{loc}[0, +\infty)$ . Применяя итерационный процесс по отношению к уравнению (18) и совершая такие рассуждения, какие делали в теореме 1, мы приходим к оценке (23). ►

*Пример.* В качестве  $\alpha(t, s)$  может служить следующая функция:

$$\alpha(t, s) = \beta + \gamma(t, s),$$

$$\text{где } |\gamma(t, s)| \leq \frac{\beta}{2} - \varepsilon, \quad (0 < \varepsilon < \frac{\beta}{2}), \text{ тогда } \delta = \frac{\beta - 2\varepsilon}{\beta + 2\varepsilon} < 1.$$

**2. Интегральное уравнение Вольтерра с переменным нижним пределом.** Рассмотрим интегральное уравнение Вольтерра с пределами  $(x, +\infty)$

$$f(x) = g(x) + \int_x^{\infty} v(x, t) f(t) dt, \quad (24)$$

где

$$v(x, t) = \begin{cases} \int_a^b \alpha(t, s) e^{-a(t, s)(t-x)} d\sigma(s), & \text{если } x \leq t, \\ 0, & \text{если } x > t. \end{cases} \quad (25)$$

Перепишем уравнение (24) в операторной форме

$$(I - V)f = g, \quad (26)$$

где  $I$  – единичный оператор, а  $V$  – оператор, действующий в пространстве  $L_1^+ \cap M_+$ , причем  $V: L_1^+ \cap M_+ \rightarrow L_1^+ \cap M_+$ ,

$$(Vf)(x) \equiv \int_x^{+\infty} v(x, t) f(t) dt. \quad (27)$$

Имеет место

**Теорема 2.** Пусть  $\beta > 0$  – произвольное число,  $\alpha(t, s)$  – положительная и ограниченная по  $t \in (0, +\infty)$  функция, такая, что интегралы

$$\rho = \int_a^b \sup_{t \in (0, +\infty)} \left| 1 - \frac{\beta}{\alpha(t, s)} \right| d\sigma(s), \quad \int_a^b \sup_{t \in (0, +\infty)} |\alpha(t, s) - \beta| d\sigma(s)$$

сходятся, причем  $\rho < 1$ . Тогда если  $g \in L_1^+ \cap M_+$ ,  $\mu_1 = \int_0^{+\infty} t g(t) dt < +\infty$ , то решение

уравнения (24) имеет следующую структуру:  $f(x) = \tilde{g}(x) + G(x)$ , где

$$\|G(x)\|_{L_1} \leq \frac{\|\tilde{g}\|_{L_1} \rho}{1 - \rho}, \quad \tilde{g}(x) = g(x) + \beta \int_x^{+\infty} g(t) dt.$$

*Доказательство.* Не вдаваясь в подробности, отметим: для доказательства теоремы достаточно учесть, что в качестве  $U$  необходимо рассмотреть оператор  $(Uf)(x) = \beta \int_x^{+\infty} f(t) dt$ ,  $U: L_1^+ \cap M_+ \rightarrow L_1^+ \cap M_+$ , и привести рассуждения, аналогичные вышеприведенным (см. (6)–(8)). Тогда уравнение (26) сводится к следующему уравнению:

$$(I - W)f = \tilde{g}, \quad W: L_1^+ \cap M_+ \rightarrow L_1^+ \cap M_+, \quad (Wf)(x) = \int_x^{+\infty} w(x, t) f(t) dt.$$

Из условия теоремы следует, что  $\tilde{g} \in L_1^+ \cap M_+$ .

Рассмотрим ряд Неймана

$$f(x) = \tilde{g}(x) + (W\tilde{g})(x) + (W^2\tilde{g})(x) + \dots \quad (28)$$

Имеем

$$\|(W\tilde{g})(x)\|_{L_1} = \int_0^{+\infty} \int_x^{+\infty} w(x, t) \tilde{g}(t) dt dx \leq \int_0^{+\infty} \int_x^{+\infty} w(x, t) \|\tilde{g}(t)\| dt dx = \int_0^{+\infty} \tilde{g}(t) dt \int_0^t w(x, t) dx < \|\tilde{g}\|_{L_1} \rho.$$

При выполнении условия  $\rho < 1$  оператор  $W$  является сжимающим в  $L_1^+ \cap M_+$ , следовательно, ряд Неймана сходится абсолютно и равномерно на  $R^+$  и представляет собой решение уравнения (24). Тогда из (28) следует, что  $f(x) = \tilde{g}(x) + G(x)$ , где

$$\|G(x)\|_{L_1} \leq \frac{\|\tilde{g}\|_{L_1} \rho}{1 - \rho}. \quad \blacktriangleright$$

*Замечание 2.* Условие  $\rho < 1$  является более слабым по сравнению с (12).

Автор выражает глубокую благодарность проф. Н.Б. Енгибаряну за постановку задачи, а также проф. Л.Г. Арабаджяну и Г.А. Григоряну за обсуждения и полезные советы.

Кафедра дифференциальных уравнений

Поступила 11.03.2002

## ЛИТЕРАТУРА

1. Енгибарян Н.Б., Хачатрян А.Х. – Ж. Выч. математики и математической физики, 1998, т. 38, № 3.
2. Феллер Ф. Введение в теорию вероятностей и ее приложения. М.: Мир, 1967.
3. Арабаджян Л.Г., Енгибарян Н.Б. – Итоги науки и техники. Мат. анализ, М., 1984, т. 22, с. 175–244.
4. Беллман Р., Кук К.Л. Дифференциально-разностные уравнения. М.: Мир, 1967.

Խ.Ա. ԽԱՉԱՏՐՅԱՆ

ՎՈԼՏԵՐԱՅԻ ՏԻՊԻ ՄԻ ԻՆՏԵԳՐԱԼ ՀԱՎԱՍԱՐՄԱՆ ԼՈՒԾՄԱՆ  
ԳՆԱՀԱՏԱԿԱՆԸ

Ա մ փ ո փ ո մ

Աշխատանքում դիտարկվել է ստոխաստիկ կորիզով Վոլտերայի տիպի մի ինտեգրալ հավասարում: Հատուկ ֆակտորիզացիան հնարավորություն է տալիս սկզբնական հավասարումը հանգեցնել սեղմող օպերատորով հավասարման, ինչպես նաև գտնել լուծման ասինպտոտիկական անվերջությունում՝ կախված ազատ անդամի հատկություններից: Ցույց է տրվում, որ ստացված գնահատականը ճշգրիտ է: Արդյունքները տարածվում են փոփոխական ստորին սահմանով Վոլտերայի տիպի հավասարման վրա:

Kh.A. KHACHATRIAN

THE ESTIMATION OF SOLUTION OF ONE VOLTERIAN TYPE  
INTEGRAL EQUATION

Summary

In present paper one Volterian type integral equation with stochastic kernel is considered. Special factorization allows to reduce it to new equation with contracted operator, as well as to find asymptotic behavior of the solution depending on properties of free term. It was shown that obtained estimation is exact. The results for Volterian type equation with variable lower limit are applied.

УДК 519.68:510

Л.Э. БУДАГЯН

## О ФОРМАЛИЗАЦИИ ПОНЯТИЯ $\delta$ -РЕДУКЦИИ В МОНОТОННЫХ МОДЕЛЯХ ТИПОВОГО $\lambda$ -ИСЧИСЛЕНИЯ

В статье рассматриваются монотонные модели типового  $\lambda$ -исчисления. Впервые дается формальное определение понятия  $\delta$ -редукции. Доказывается сильная  $\delta$ -нормализуемость и сильная  $\beta\delta$ -нормализуемость термов. Вводится понятие естественной  $\delta$ -редукции и приводится необходимое и достаточное условие единственности  $\beta\delta$ -нормальной формы для такого понятия.

**Введение.** В работах [1, 2] исследуется функциональный подход к описанию языков программирования, при котором функциональный язык определяется как язык, где программы являются системами уравнений с отделяющимися переменными, построенными в монотонных моделях типового  $\lambda$ -исчисления. В [3] рассматривается класс программ  $\Sigma$ , использующих переменные монотонных типов любых порядков и монотонные константы порядков  $\leq 1$ , причем константы порядка 1 являются вычислимыми функциями. Для вычисления семантической функции программы вводится понятие “правило вычисления”, основанное на подстановке правых частей уравнений программы вместо некоторых свободных вхождений переменных в термы последовательности вычисления. Далее полученный терм редуцируется к нормальной форме.

**1. Используемые определения и результаты. Теорема о замене.** Используемые в данной статье определения берутся из [1, 2, 4]. Частично упорядоченное множество назовем полным, если всякое его линейно упорядоченное подмножество имеет точную верхнюю грань ( $\sup$ ). Заметим, что всякое замкнутое множество содержит наименьший элемент –  $\sup \emptyset$ . Пусть  $A, B$  – частично упорядоченные множества,  $f$  и  $g$  – некоторые отображения из  $A$  в  $B$ , тогда  $f < g$ , если для любого  $a \in A$   $f(a) < g(a)$  ( $<$  – символ частичного порядка);  $f$  – монотонное отображение, если для любых  $a, b \in A$  таких, что  $a < b$ , имеем  $f(a) < f(b)$ .

Пусть  $D$  – частично упорядоченное множество, содержащее наименьший элемент  $\perp$ : каждый элемент из  $D$  сравним только с  $\perp$  и самим собой. Определим множество  $MT$  – монотонных типов:

1.  $D \in MT$ .
2. Если  $\beta, \alpha_1, \dots, \alpha_k \in MT$ ,  $k > 0$ , то множество всех монотонных отображений из  $\alpha_1 \times \dots \times \alpha_k$  в  $\beta$  (обозначим  $[\alpha_1 \times \dots \times \alpha_k \rightarrow \beta]$ ) принадлежит  $MT$ .
3. Других монотонных типов, кроме определенных согласно 1–2, нет.  
Пусть  $\alpha \in MT$ , тогда порядком типа  $\alpha$  (обозначим  $ord(\alpha)$ ) будет натуральное число, определяемое следующим образом: если  $\alpha = D$ , то  $ord(\alpha) = 0$ ; если  $\alpha = [\alpha_1 \times \dots \times \alpha_k \rightarrow \beta]$ , где  $\beta, \alpha_1, \dots, \alpha_k \in MT$ ,  $k > 0$ , то  $ord(\alpha) = \max(ord(\alpha_1), \dots, ord(\alpha_k), ord(\beta)) + 1$ .

Пусть  $c \in \alpha$  – константа типа  $\alpha$  и  $V_\alpha$  – счетное множество переменных монотонного типа  $\alpha$ . Если  $x \in V_\alpha$  и  $c \in \alpha$ , то  $ord(x) = ord(c) = ord(\alpha)$ . Условимся константы и переменные монотонных типов называть монотонными.

*Утверждение 1.1.* Каждый монотонный тип является полным множеством.

Доказательство приведено в [1].

Пусть  $V = \bigcup_{\alpha \in MT} V_\alpha$ . Определим множество монотонных термов (далее просто термов):  $\Lambda = \bigcup_{\alpha \in MT} \Lambda_\alpha$ .

1. Если  $c \in \alpha$ ,  $\alpha \in MT$ , то  $c \in \Lambda_\alpha$ .
2. Если  $x \in V_\alpha$ ,  $\alpha \in MT$ , то  $x \in \Lambda_\alpha$ .
3. Если  $t \in \Lambda_{[\alpha_1 \times \dots \times \alpha_k \rightarrow \beta]}$ ,  $t_i \in \Lambda_{\alpha_i}$ ,  $\beta, \alpha_i \in MT$ ,  $i = 1, \dots, k$ ,  $k \geq 1$ , то  $\tau(t_1, \dots, t_k) \in \Lambda_\beta$  и  $(t_1, \dots, t_k)$  есть область действия аппликатора  $\tau$ .
4. Если  $t \in \Lambda_\beta$ ,  $x_i \in \Lambda_{\alpha_i}$ ,  $\beta, \alpha_i \in MT$ ,  $i \neq j \Rightarrow x_i \neq x_j$ ,  $i, j = 1, \dots, k$ ,  $k \geq 1$ , то  $\lambda_{x_1 \dots x_k}[t] \in \Lambda_{[\alpha_1 \times \dots \times \alpha_k \rightarrow \beta]}$  и  $[t]$  есть область действия абстрактора  $\lambda_{x_1 \dots x_k}$ .
5. Никаких других монотонных термов, кроме определенных согласно 1–4, нет.

Пусть  $t \in \Lambda$ . Некоторое вхождение переменной  $x$  в терм  $t$  называется связанным, если оно либо принадлежит некоторому абстрактору, либо находится в области действия абстрактора, использующего  $x$ . Любое другое вхождение переменной  $x$  в терм  $t$  назовем свободным. Будем говорить, что переменная  $x$  является свободной переменной терма  $t$ , если  $x$  имеет хотя бы одно свободное вхождение в терм  $t$ . Множество всех свободных переменных терма  $t$  обозначим  $FV(t)$ .

Пусть  $t \in \Lambda$ ,  $t_i \in \Lambda_{\alpha_i}$ ,  $y_i \in V_{\alpha_i}$ ,  $\alpha_i \in MT$ ,  $i \neq j \Rightarrow y_i \neq y_j$ ,  $i, j = 1, \dots, k$ ,  $k > 0$ . Тогда одновременную подстановку термов  $t_1, \dots, t_k$  вместо всех свободных вхождений переменных  $y_1, \dots, y_k$  в терм  $t$  соответственно назовем допустимой, если ни одно из рассматриваемых свободных вхождений переменной  $y_i$  не находится в области действия абстрактора, использующего некоторую свободную переменную терма  $t_i$ ,  $i = 1, \dots, k$ . Терм,

полученный в результате такой подстановки, условимся обозначать  $t\{t_1/y_1, \dots, t_k/y_k\}$ .

Далее мы будем рассматривать только допустимые подстановки.

Замена подтерма  $\lambda x_1 \dots x_k [\tau]$ , где  $x_j \in V_{\alpha_j}$ ,  $\alpha_j \in MT$ ,  $j=1, \dots, k$ ,  $k > 0$ , термом  $\lambda x_1 \dots x_i' \dots x_k [\tau\{x_i'/x_i\}]$ , где  $x_i' \in V_{\alpha_i}$ ,  $x_i' \notin \{x_1, \dots, x_k\}$ ,  $x_i'$  не свободна в терме  $\tau$ ,  $i=1, \dots, k$ , называется заменой связанной переменной в терме  $t$ .

Термы  $t_1$  и  $t_2$  назовем конгруэнтными (обозначим  $t_1 \equiv t_2$ ), если терм  $t_2$  можно получить из терма  $t_1$  серией замен связанных переменных. Далее условимся отождествлять конгруэнтные термы.

Любое бинарное отношение  $R \subseteq \Lambda^2$  есть понятие  $R$ -редукции на  $\Lambda$ . Если  $\langle r_1, r_2 \rangle \in R$ , то  $r_1$  называется  $R$ -редексом,  $r_2$  –  $R$ -сверткой. Пусть  $t \in \Lambda$ . Будем говорить, что терм  $t$  является  $R$ -нормальной формой, если он не имеет подтермов, являющихся  $R$ -редексами. Множество  $R$ -нормальных форм обозначим  $R-NF$ . Будем говорить, что терм  $t'$  получен посредством одношаговой  $R$ -редукции из терма  $t$  (обозначим  $t \rightarrow_R t'$ ), если существуют термы  $\tau_1$  и  $\tau_2$  такие, что  $t$  есть  $t_{\tau_1}$ ,  $t'$  есть  $t_{\tau_2}$  и  $\langle \tau_1, \tau_2 \rangle \in R$ , где  $t_{\tau_1}$  есть терм  $t$  с некоторым фиксированным вхождением подтерма  $\tau_1$  в терм  $t$ , а  $t_{\tau_2}$  – терм, полученный в результате замены данного вхождения подтерма  $\tau_1$  термом  $\tau_2$ . Будем говорить, что терм  $t'$  получен посредством  $R$ -редукции из терма  $t$  (или терм  $t$   $R$ -редуцируется к терму  $t'$ , и обозначим  $t \rightarrow\rightarrow_R t'$ ), если либо терм  $t$  конгруэнтен терму  $t'$ , либо существует последовательность одношаговых  $R$ -редукций  $t \rightarrow_R t_1 \rightarrow_R \dots \rightarrow_R t_n \rightarrow_R t'$ , где  $t_i \in \Lambda$ ,  $i=0, \dots, n$ ,  $n \geq 0$ . Данная последовательность одношаговых  $R$ -редукций называется  $R$ -редукционной цепочкой для терма  $t$ . Число одношаговых  $R$ -редукций в  $R$ -редукционной цепочке называется ее длиной.

Пусть  $t \in \Lambda$ . Терм  $t$  называется  $R$ -нормализуемым, если существует терм  $t'$ , являющийся  $R$ -нормальной формой, такой, что  $t \rightarrow\rightarrow_R t'$ . Терм  $t$  называется сильно  $R$ -нормализуемым, если любая  $R$ -редукционная цепочка для терма  $t$  имеет конечную длину.

Пусть  $t_0 \rightarrow_R t_1 \rightarrow_R t_2 \rightarrow_R \dots \rightarrow_R t_n$ ,  $n \geq 1$ , – некоторая  $R$ -редукционная цепочка для терма  $t_0$ . Подцепочку  $t_i \rightarrow_R t_{i+1}$  данной  $R$ -редукционной цепочки, длина которой равна единице, назовем звеном  $R$ -редукционной цепочки. Если  $t_\tau \rightarrow_R t_{\tau'}$  – некоторое звено  $R$ -редукционной цепочки, где  $\tau$  –  $R$ -редекс,  $\tau'$  – его свертка, то  $R$ -редекс  $\tau$  назовем редексом звена.

Будем говорить, что понятие  $R$ -редукции обладает слабым свойством Черча–Россера, если для любого терма  $t$  ( $t \rightarrow_R t'$  и  $t \rightarrow_R t''$ )  $\Rightarrow$  существует терм  $t'''$  такой, что  $t' \rightarrow\rightarrow_R t'''$  и  $t'' \rightarrow\rightarrow_R t'''$ .

Напомним понятие  $\beta$ -редукции из [4]:

$$\beta = \left\{ \langle \lambda x_1 \dots x_k [\tau\{t_1, \dots, t_k\}]\tau\{t_1/x_1, \dots, t_k/x_k\} \rangle \mid x_i \in V_{\alpha_i}, t_i \in \Lambda_{\alpha_i}, \alpha_i \in MT, i=1, \dots, k, k \geq 1 \right\}$$

**Теорема 1.1 (о сильной  $\beta$ -нормализуемости).** Любой терм  $t$  сильно  $\beta$ -нормализуем.

Доказательство теоремы 1.1 следует из [5].

Каждому терму  $t \in \Lambda$  сопоставим константу  $Val_{y_0}^-(t)$ , где  $FV(t) \subseteq \{y_1, \dots, y_n\}$ ,  $y_i \in V_{\alpha_i}$ ,  $\bar{y}_0 = \langle y_1^0, \dots, y_n^0 \rangle$ ,  $y_i^0 \in \alpha_i$ ,  $\alpha_i \in MT$ ,  $i=1, \dots, n$ ,  $n > 0$ .

1. Если  $t \equiv c$ ,  $c \in \alpha$ ,  $\alpha \in MT$ , то  $Val_{y_0}^-(t) = c$ .
2. Если  $t \equiv x$ ,  $x \in V$ , то  $Val_{y_0}^-(t) = y_i^0$ , где  $x \equiv y_i$ ,  $1 \leq i \leq n$ ,  $n \geq 0$ .
3. Если  $t \equiv \tau(t_1, \dots, t_k) \in \Lambda_\beta$ ,  $\tau \in \Lambda_{[\alpha_1 \times \dots \times \alpha_k \rightarrow \beta]}$ ,  $t_i \in \Lambda_{\alpha_i}$ ,  $\beta, \alpha_i \in MT$ ,  $i=1, \dots, k$ ,  $k \geq 1$ , то  $Val_{y_0}^-(\tau(t_1, \dots, t_k)) = Val_{y_0}^-(\tau)(Val_{y_0}^-(t_1), \dots, Val_{y_0}^-(t_k))$ .
4. Если  $t \equiv \lambda x_1 \dots x_k [\tau] \in \Lambda_{[\alpha_1 \times \dots \times \alpha_k \rightarrow \beta]}$ ,  $\tau \in \Lambda_\beta$ ,  $x_i \in V_{\alpha_i}$ ,  $\beta, \alpha_i \in MT$ ,  $i=1, \dots, k$ ,  $k \geq 1$ , то  $Val_{y_0}^-(\lambda x_1 \dots x_k [t]) \in [\alpha_1 \times \dots \times \alpha_k \rightarrow \beta]$ , и для всяких  $x_j^0 \in \alpha_j$ ,  $j=1, \dots, k$ ,  $Val_{y_0}^-(\lambda x_1 \dots x_k [t])(\bar{x}_0) = Val_{x_0 y_0}^-(t)$ , где  $\bar{x}_0 = \langle x_1^0, \dots, x_k^0 \rangle$ ,  $FV(\lambda x_1 \dots x_k [t]) = \{y_i, \dots, y_m\}$ ,  $\bar{y}'_0 = \langle y_i^0, \dots, y_m^0 \rangle$ ,  $0 \leq m \leq n$ .

Пусть  $t_1, t_2$  – термы и  $FV(t_1) \cup FV(t_2) = \{y_1, \dots, y_m\}$  ( $m \geq 0$ ). Термы  $t_1$  и  $t_2$  назовем эквивалентными (обозначим  $t_1 \sim t_2$ ), если для любого  $\bar{y}_0 = \langle y_1^0, \dots, y_m^0 \rangle$ , где  $y_i^0 \in \alpha_i$ ,  $y_i \in V_{\alpha_i}$ ,  $\alpha_i \in MT$ ,  $i=1, \dots, m$ , имеем  $Val_{y_0}^-(t_1) = Val_{y_0}^-(t_2)$ .

**Теорема 1.2 (о замене).** Пусть  $\tau_1, \tau_2$  – термы,  $t_{\tau_1}$  – терм с некоторым фиксированным вхождением подтерма  $\tau_1$  в терм  $t$ , тогда  $\tau_1 \sim \tau_2 \Rightarrow t_{\tau_1} \sim t_{\tau_2}$ .

Доказательство теоремы 1.2 основано на индукции по глубине вхождения подтерма  $\tau_1$  в терм  $t_{\tau_1}$ .

Далее в рассматриваемых нами термах не будут использоваться константы, порядок которых  $\geq 2$ .

**2. Определение  $\delta$ -редукции. Теорема о редукции. Сильная нормализуемость.**

Терм  $t \in \Lambda_\alpha$ ,  $\alpha \in MT$ , назовем константным термом со значением  $d \in \alpha$ , если  $t \sim d$ .

Введем понятие  $\delta$ -редукции. Пусть  $\Delta = \{ \langle f(t_1, \dots, t_k), \tau \rangle \mid f - \text{константа, } t_1, \dots, t_k - \tau \text{ термы, } f(t_1, \dots, t_k) \sim \tau \text{ и } \tau - \text{либо константа, либо является собственным подтермом терма } f(t_1, \dots, t_k) \}$ .

Любое подмножество  $\delta$  множества  $\Delta$  назовем понятием  $\delta$ -редукции.

Далее мы будем исследовать понятие редукции  $\beta \cup \delta$ , которую обозначим  $\beta\delta$ . Условимся  $\beta\delta$ -редукцию называть просто редукцией,  $\beta\delta$ -нормальную форму – просто нормальной формой, одношаговую  $\beta\delta$ -редук-



цию обозначать  $\rightarrow$ ,  $\beta\delta$ -редукцию  $\rightarrow_{\beta\delta}$ , а множество  $\beta\delta$ -нормальных форм —  $NF$ .

*Теорема 2.1 (о редукции).* Пусть  $t, t' \in \Lambda$ , тогда  $t \rightarrow_{\beta\delta} t' \Rightarrow t \sim t'$ .

Доказательство теоремы 2.1 основано на индукции по длине редукционной цепочки  $t \rightarrow_{\beta\delta} t'$ .

*Теорема 2.2 (о сильной  $\delta$ -нормализуемости).* Любой терм  $t$  сильно  $\delta$ -нормализуем.

Доказательство ведется индукцией по определению термина. Пусть  $t \equiv c$ ,  $c \in \alpha$ ,  $\alpha \in MT$  или  $t \equiv x$ ,  $x \in V$ . Тогда очевидно, что терм  $t$  сильно  $\delta$ -нормализуем.

Пусть  $t \equiv \tau(\tau_1, \dots, \tau_k)$  и термы  $\tau, \tau_1, \dots, \tau_k$  ( $k > 0$ ) сильно  $\delta$ -нормализуемы. Предположим обратное, т.е. существует бесконечная  $\delta$ -редукционная цепочка для термина  $t$ . Рассмотрим некоторую такую  $\delta$ -редукционную цепочку  $t \rightarrow_{\delta} t_1 \rightarrow_{\delta} t_2 \rightarrow_{\delta} \dots$ . Возможны следующие два случая:

а) в рассматриваемой  $\delta$ -редукционной цепочке для термина  $t$  существует  $\delta$ -звено  $t_i \rightarrow_{\delta} t_{i+1}$  ( $i \geq 0$ ), редексом которого является сам терм  $t_i$ ;

б) в рассматриваемой цепочке такое  $\delta$ -звено не существует.

В случае а)  $t \equiv \tau(\tau_1, \dots, \tau_k) \rightarrow_{\delta} f(\tau_1, \dots, \tau_k) \rightarrow_{\delta} \tau''$ , где  $f$  — константа порядка 1,  $\tau \rightarrow_{\delta} f$ ,  $t_i \rightarrow_{\delta} t'_i$ ,  $i = 1, \dots, k$  ( $k \geq 1$ ),  $\tau''$  — собственный подтерм термина  $f(\tau_1, \dots, \tau_k)$  и  $f(\tau_1, \dots, \tau_k) \rightarrow_{\delta} \tau''$  является первым встречающимся  $\delta$ -звеном, редексом которого является терм  $f(\tau_1, \dots, \tau_k)$  (заметим, что  $\tau''$  не может быть константой, так как рассматриваемая нами  $\delta$ -редукционная цепочка бесконечна). Тогда для термина  $\tau''$  также существует бесконечная  $\delta$ -редукционная цепочка, т.е. терм  $\tau''$  не является сильно  $\delta$ -нормализуемым. Очевидно, что терм  $\tau''$  является подтермом некоторого термина  $\tau_i$  ( $1 \leq i \leq k$ ). Так как, по предположению индукции, терм  $\tau_i$  сильно  $\delta$ -нормализуем и  $\tau_i \rightarrow_{\delta} \tau'_i$ , легко убедиться, что терм  $\tau'_i$ , следовательно, и терм  $\tau''$  сильно  $\delta$ -нормализуемы. Получили противоречие, т.е. в случае а) наше предположение о бесконечности рассматриваемой  $\delta$ -редукционной цепочки для термина  $t$  ложно.

В случае б) все термы в рассматриваемой  $\delta$ -редукционной цепочке имеют вид  $\tau'(t'_1, \dots, t'_k)$ , где  $\tau \rightarrow_{\delta} \tau'$ ,  $t_i \rightarrow_{\delta} t'_i$ ,  $i = 1, \dots, k$  ( $k \geq 1$ ). Так как, по предположению индукции, термы  $\tau, \tau_1, \dots, \tau_k$  сильно  $\delta$ -нормализуемы, рассматриваемая нами  $\delta$ -редукционная цепочка для термина  $\tau(t_1, \dots, t_k)$  не может быть бесконечной.

Пусть  $t \equiv \lambda x_1 \dots x_k [\tau]$  и терм  $\tau$  сильно  $\delta$ -нормализуем. Тогда очевидно, что  $t \rightarrow_{\delta} t'$  в том и только в том случае, если  $t' \equiv \lambda x_1 \dots x_k [\tau']$  и  $\tau \rightarrow_{\delta} \tau'$ . Так как, по предположению индукции, терм  $\tau$  сильно  $\delta$ -нормализуем, терм  $t$  также сильно  $\delta$ -нормализуем.

Теорема 2.2 доказана.

**Теорема 2.3 (о сильной нормализуемости).** Любой терм  $t$  сильно нормализуем.

**Доказательство** проведем в общих чертах. Предположим противное, т.е для некоторого терма  $t$  существует бесконечная редукционная цепочка. Пусть  $t \rightarrow t_1 \rightarrow t_2 \rightarrow t_3 \rightarrow \dots$  – бесконечная редукционная цепочка для терма  $t$ . Заметим, что тогда в этой редукционной цепочке как число  $\delta$ -звеньев, так и число  $\beta$ -звеньев бесконечно. В противном случае конечность числа  $\delta$ -звеньев ( $\beta$ -звеньев) приведет к существованию бесконечной  $\beta$ -редукционной (соответственно,  $\delta$ -редукционной) цепочки для некоторого терма из рассматриваемой редукционной цепочки, что противоречит теореме 1.1 (соответственно теореме 2.2). В этом случае можно показать, что по рассматриваемой бесконечной редукционной цепочке можно построить бесконечную  $\beta$ -редукционную цепочку для терма  $t$ . Получили противоречие, так как, по теореме 1.1 (о сильной  $\beta$ -нормализуемости), терм  $t$  сильно  $\beta$ -нормализуем. Следовательно, наше предположение о существовании бесконечной редукционной цепочки для терма  $t$  будет ложным.

Теорема 2.3 доказана.

### 3. Естественные $\delta$ -редукции. Единственность нормальной формы.

Обозначим через  $\Delta_0$  следующее подмножество множества  $\Delta$ :

$\Delta_0 = \{ \langle f(t_1, \dots, t_k), \tau \rangle \mid \langle f(t_1, \dots, t_k), \tau \rangle \in \Delta \text{ и либо } \tau \in D, \text{ либо } \tau \equiv t_i, \text{ где } f - \text{ константа, } 1 \leq i \leq k, t_1, \dots, t_k \in A, k \geq 1 \}$ .

Понятие  $\delta$ -редукции назовем естественным, если

а)  $\delta \subset \Delta_0$ ;

б)  $\delta$  – однозначное отношение, т.е если  $\langle t, \tau_1 \rangle \in \delta$  и  $\langle t, \tau_2 \rangle \in \delta$ , то  $\tau_1 \equiv \tau_2$ , где  $t, \tau_1, \tau_2 \in A$ ;

с) если  $f(t_1, \dots, t_k) \sim d$ , где  $f$  – константа,  $t_1, \dots, t_k \in A_D$ ,  $d \in D$ , то  $f(t_1, \dots, t_k) \rightarrow d$ , (это свойство понятия  $\delta$ -редукции мы будем называть разумностью).

Будем говорить, что понятие  $\delta$ -редукции обладает свойством подстановочности и наследуемости (кратко ПН-свойством), если из того, что  $\langle f(t_1, \dots, t_k), t_j \rangle \in \delta$ , где  $f$  – константа,  $t_1, \dots, t_k \in A_D$ ,  $k \geq 1$ ,  $1 \leq j \leq k$ , и  $f(t_1, \dots, t_k)$  не является константным термом, следуют

*подстановочность*: для любой подстановки  $\{ \tau_1/x_1, \dots, \tau_m/x_m \}$ , где  $\tau_i \in A_{\alpha_i}$ ,  $x_i \in V_{\alpha_i}$ ,  $\alpha_i \in MT$ ,  $i \neq j \Rightarrow x_i \neq x_j$ ,  $i, j = 1, \dots, m$ ,  $m > 0$ , существуют термы  $t'_1, \dots, t'_k$  такие, что

$t_1 \{ \tau_1/x_1, \dots, \tau_m/x_m \} \rightarrow t'_1, \dots, t_k \{ \tau_1/x_1, \dots, \tau_m/x_m \} \rightarrow t'_k$  и  $\langle f(t'_1, \dots, t'_k), t_j \rangle \in \delta$ ;

*наследуемость*: если для некоторого  $i$  ( $1 \leq i \leq k$ ),  $t_i \equiv \tau_r$ , где  $r$  – редекс, то существуют термы  $t'_1, \dots, t'_k$  такие, что  $t_1 \rightarrow t'_1, \dots, \tau_r \rightarrow t'_i, \dots, t_k \rightarrow t'_k$  и  $\langle f(t'_1, \dots, t'_k), t_j \rangle \in \delta$ , где  $r'$  – свертка редекса  $r$ .

**Теорема 3.1** (о единственности нормальной формы). Пусть  $\delta$  некоторое естественное понятие  $\delta$ -редукции. Тогда  $\forall t(t \rightarrow t', t \rightarrow \rightarrow t'' \text{ и } t', t'' \in NF \Rightarrow t' \equiv t'') \Leftrightarrow$  понятие  $\delta$ -редукции обладает ПН-свойством.

Перед тем как перейти к непосредственному доказательству теоремы 3.1 сформулируем лемму 3.1, доказательство которой приведем в общих чертах.

**Лемма 3.1.** Пусть  $\delta$  – некоторое естественное понятие  $\delta$ -редукции, которое обладает ПН-свойством. Тогда  $\beta\delta$ -редукция обладает слабым свойством Черча–Россера.

**Доказательство.** Пусть  $t \in \Lambda$ , для которого  $t \equiv_{r_1} t_1 \equiv t'$  и  $t \equiv_{r_2} t_2 \equiv t''$ , где  $r_1, r_2$  являются редексами,  $r_1', r_2'$  – их свертками. Докажем, что существует терм  $t'''$  такой, что  $t' \rightarrow \rightarrow t'''$  и  $t'' \rightarrow \rightarrow t'''$ .

Возможны следующие случаи.

1.  $r_1 \equiv r_2$ , и фиксированные вхождения этих редексов совпадают. Тогда в силу однозначности понятия  $\delta$ -редукции очевидно, что  $t' \equiv t'' \equiv t'''$ .

2. Фиксированные вхождения редексов  $r_1$  и  $r_2$  в терм  $t$  не пересекаются, т.е.  $t \equiv_{r_1, r_2}$ . Тогда очевидно, что  $t \equiv_{r_1, r_2} t_1 \equiv_{r_1, r_2} t_2 \equiv_{r_1, r_2} t'''$  и  $t \equiv_{r_1, r_2} t_1 \equiv_{r_1, r_2} t_2 \equiv_{r_1, r_2} t'''$ .

3. Фиксированное вхождение редекса  $r_2$  в терм  $t$  находится во вхождении редекса  $r_1$  (этим мы не нарушаем общности рассуждения). Тогда возможны только следующие случаи:

$$\text{i) } r_1 \equiv \lambda x_1 \dots x_k [\tau_{r_2} (t_1, \dots, t_k)], \text{ где } r_2 \equiv \lambda x_1 \dots x_s [\tau'] (t'_1, \dots, t'_s)$$

ii)  $r_1 \equiv \lambda x_1 \dots x_k [\tau_{r_2} (t_1, \dots, t_k)]$  где  $r_2 \equiv f(t'_1, \dots, t'_s)$   $f$  – константа порядка 1, и  $r_2 \sim d \in D$ ;

iii)  $r_1 \equiv \lambda x_1 \dots x_k [\tau_{r_2} (t_1, \dots, t_k)]$  где  $r_2 \equiv f(t'_1, \dots, t'_s)$   $f$  – константа порядка 1,  $r_2$  не является константным термом и  $\langle f(t'_1, \dots, t'_s), t'_j \rangle \in \delta (1 \leq j \leq k)$ ;

iv)  $r_1 \equiv \lambda x_1 \dots x_k [\tau (t_1, \dots, t_i, \dots, t_k)]$  и  $t_i \equiv_{r_2}$ , где  $r_2$  – редекс, где в i)–iv)  $x_i \in V_{\alpha_i}$ ,  $x_j \in V_{\alpha_j}$ ,  $t_i \in \Lambda_{\alpha_i}$ ,  $t_j \in \Lambda_{\alpha_j}$ ,  $\tau \in \Lambda_{\gamma}$ ,  $\tau' \in \Lambda_{\gamma}$ ,  $\gamma = [\alpha_1 \times \dots \times \alpha_k \rightarrow \beta]$ ,  $\gamma' = [\alpha'_1 \times \dots \times \alpha'_s \rightarrow \beta']$ ,  $\alpha_i, \alpha_j, \beta, \beta', \gamma, \gamma' \in MT$ ,  $i = 1, \dots, k$ ,  $j = 1, \dots, s$ ,  $k, s > 0$ . Не нарушая общности рассуждения, используя конгруэнтность термов, можем предположить, что  $\{x_1, \dots, x_k\} \cap \{x'_1, \dots, x'_s\} = \emptyset$ ,  $FV(t_i) \cap \{x'_1, \dots, x'_s\} = \emptyset$ ,  $i = 1, \dots, k$ ,  $k > 0$ .

v)  $r_1 \equiv f(t_1, \dots, t_i, \dots, t_k) \sim d \in D$ ,  $t_i \equiv_{r_2}$  ( $1 \leq i \leq k$ ) и  $\langle f(t_1, \dots, t_2, \dots, t_k), \tau \rangle \in \delta$ , где  $r_2$  – редекс и либо  $\tau \equiv d$ , либо  $\tau \equiv t_j$  ( $1 \leq j \leq k$ );

vi)  $r_1 \equiv f(t_1, \dots, t_1, \dots, t_k)$  не является константным термом,  $t_i \equiv \tau'_i$  и  $\langle f(t_1, \dots, \tau'_j, \dots, t_k), t_j \rangle \in \delta$  ( $1 \leq j \leq k$ ), где  $r_2$  – редекс, где в v)–iv)  $\tau, \tau', t_i \in \Lambda$ ,  $\text{ord}(\tau) = \text{ord}(\tau') = \text{ord}(t_i) = 0$ ,  $i = 1, \dots, k$ ,  $k > 0$ ,  $f$  – константа порядка 1.

В случае 3 предположим, что  $t \equiv r_1$ . Очевидно, что этим мы не нарушаем общности рассуждения. Рассматривая по отдельности случаи i)–vi), используя естественность и ПН-свойство понятия  $\delta$ -редукции, можно убедиться, что существует терм  $r'''$  такой, что  $r_1' \rightarrow \rightarrow r'''$  и  $r_1'' \rightarrow \rightarrow r'''$ , где  $r_1'$  – свертка редекса  $r_1$ , а  $r_1''$  – свертка редекса  $r_2$ , т.е. термы, полученные в результате одношаговой редукции редекса –  $r_1$  и  $r_2$  соответственно.

Лемма 3.1 доказана.

*Доказательство теоремы 3.1. Необходимость.* Пусть  $\delta$  – некоторое естественное понятие  $\delta$ -редукции и  $\forall t(t \rightarrow \rightarrow t', t \rightarrow \rightarrow t''$  и  $t', t'' \in NF \Rightarrow t' \equiv t'')$ .

Покажем, что в этом случае понятие  $\delta$ -редукции обладает ПН-свойством.

Предположим, что понятие  $\delta$ -редукции не удовлетворяет условию подстановочности ПН-свойства. Т.е. для некоторого неконстантного терма  $f(t_1, \dots, t_k)$  имеем  $\langle f(t_1, \dots, t_k), t_i \rangle \in \delta$  ( $1 \leq i \leq k$ ) и существует допустимая подстановка  $\{\tau_1/x_1, \dots, \tau_m/x_m\}$ , где  $\tau_i \in \Lambda_{\alpha_i}$ ,  $x_i \in V_{\alpha_i}$ ,  $\alpha_i \in MT$ ,  $i \neq j \Rightarrow x_i \neq x_j$ ,  $i, j = 1, \dots, m$ ,  $m > 0$ , такая, что для любых термов  $t_1^i, \dots, t_k^i$ , если  $t_1 \{\tau_1/x_1, \dots, \tau_m/x_m\} \rightarrow \rightarrow t_1^i, \dots, t_k \{\tau_1/x_1, \dots, \tau_m/x_m\} \rightarrow \rightarrow t_k^i$ , то  $\langle f(t_1^i, \dots, t_k^i), t_i^i \rangle \notin \delta$ . Пусть  $t_1^i, \dots, t_k^i$  – нормальные формы и  $t_1 \{\tau_1/x_1, \dots, \tau_m/x_m\} \rightarrow \rightarrow t_1^i, \dots, t_k \{\tau_1/x_1, \dots, \tau_m/x_m\} \rightarrow \rightarrow t_k^i$ . Из нашего предположения следует, что  $\langle f(t_1^i, \dots, t_k^i), t_i^i \rangle \notin \delta$ . Очевидно, что тогда терм  $f(t_1^i, \dots, t_k^i)$  является нормальной формой и  $f(t_1, \dots, t_k) \{\tau_1/x_1, \dots, \tau_m/x_m\} \rightarrow \rightarrow f(t_1^i, \dots, t_k^i)$ . С другой стороны,  $f(t_1, \dots, t_k) \rightarrow_{\delta} t_i \rightarrow \rightarrow t_i^i$  и  $t_i^i$  является нормальной формой. Так как  $t_i^i$  является собственным подтермом терма  $f(t_1^i, \dots, t_k^i)$ , то  $f(t_1^i, \dots, t_k^i) \neq t_i^i$ , что противоречит предположению о единственности нормальной формы.

Предположим, что понятие  $\delta$ -редукции не удовлетворяет условию наследуемости ПН-свойства. Т.е. для некоторого неконстантного терма  $f(t_1, \dots, t_k)$  имеем  $\langle f(t_1, \dots, t_k), t_j \rangle \in \delta$  ( $1 \leq j \leq k$ ) для некоторого  $i$  ( $1 \leq i \leq k$ ) –  $t_i \equiv \tau_r$ , где  $r$  – некоторый редекс, и для любых термов  $t_1^i, \dots, t_k^i$ , таких, что  $t_1 \rightarrow \rightarrow t_1^i, \dots, \tau_r \rightarrow \rightarrow t_i^i, \dots, t_k \rightarrow \rightarrow t_k^i$ , имеем  $\langle f(t_1^i, \dots, t_k^i), t_j^i \rangle \notin \delta$ , где  $r^i$  – свертка редекса  $r$ . Пусть  $t_1^i, \dots, t_k^i$  – нормальные формы и  $t_1 \rightarrow \rightarrow t_1^i, \dots, \tau_r \rightarrow \rightarrow t_i^i, \dots, t_k \rightarrow \rightarrow t_k^i$ . Из нашего предположения следует, что

$\langle f(t_1^i, \dots, t_k^i), t_j^i \rangle \notin \delta$ . Очевидно, что тогда терм  $f(t_1^i, \dots, t_k^i)$  – нормальная форма и  $f(t_1, \dots, t_r, \dots, t_k) \rightarrow_{\delta} f(t_1, \dots, t_r, \dots, t_k) \rightarrow_{\delta} f(t_1^i, \dots, t_i^i, \dots, t_k^i)$ . С другой стороны,  $f(t_1, \dots, t_r, \dots, t_k) \rightarrow_{\delta} t_j \rightarrow t_j^i$  и  $t_j^i$  – нормальная форма. Так как  $t_j^i$  является собственным подтермом терма  $f(t_1^i, \dots, t_k^i)$ , то  $f(t_1^i, \dots, t_k^i) \neq t_j^i$ , что противоречит предположению о единственности нормальной формы.

*Достаточность.* Пусть  $\delta$  – некоторое естественное понятие  $\delta$ -редукции, которое обладает ПН-свойством. Пусть  $t \in \Lambda$ . Так как, по теореме 2.3 (о сильной нормализуемости), терм  $t$  сильно нормализуем, то легко убедиться, что существует конечное число редукционных цепочек для терма  $t$ , которые редуцируют терм к некоторой нормальной форме. Пусть  $m$  – максимальная длина этих цепочек. Индукцией по  $m$  докажем, что если  $t \rightarrow t'$ ,  $t \rightarrow t''$  и  $t', t''$  являются нормальными формами, то  $t' \equiv t''$ .

Пусть  $m = 0$ . Тогда  $t$  является нормальной формой. Следовательно, если  $t \rightarrow t'$ ,  $t \rightarrow t''$ , то  $t' \equiv t'' \equiv t$ .

Зафиксируем  $m > 0$  и предположим, что утверждение верно для любого  $1 \leq l \leq m$ . Докажем для  $m$ .

Пусть  $t \rightarrow t_1 \rightarrow t'$  и  $t \rightarrow t_2 \rightarrow t''$  и  $t', t''$  – нормальные формы и  $l_1, l_2$  являются для термов  $t_1, t_2$  соответственно максимальными длинами редукционных цепочек, которые редуцируют термы  $t_1$  и  $t_2$  к нормальным формам. Так как, по лемме 3.1, редукция обладает слабым свойством Черча–Россера, то существует терм  $t_3$  такой, что  $t_1 \rightarrow t_3$  и  $t_2 \rightarrow t_3$ . Пусть  $t'''$  – нормальная форма такая, что  $t_3 \rightarrow t'''$ . Очевидно, что  $l_1 < m$  и  $l_2 < m$ . Тогда, по предположению индукции, для терма  $t_1$  имеем  $t' \equiv t'''$ , для терма  $t_2$  –  $t'' \equiv t'''$ . Следовательно,  $t' \equiv t''$ .

Теорема 3.1 доказана.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Нигиян С.А. – Программирование, 1991, № 5, с. 77–86.
2. Нигиян С.А. – Программирование, 1993, № 2, с. 58–68.
3. Нигиян С.А., Будагян Л.Э. – ДНАН РА, 1999, т. 99, № 3, с. 197–203.
4. Barendregt H.P. The lambda calculus, its syntacs and semantics. Amsterdam: North Holland, 1981.
5. Hindley J.R., Seldin J.P. Essays on Combinatory Logic, Lambda-Calculus and Formalism. Academic Press. New York and London, 1980.

ՏԻՊԱՅԻՆ  $\lambda$ -ՀԱՇՎԻ ՄՈՆՈՏՈՆ ՄՈԴԵԼՆԵՐՈՒՄ  $\delta$ -ՌԵԴՈՒԿՑԻԱՅԻ  
ՀԱՍԿԱՑՈՒԹՅԱՆ ՖՈՐՄԱԼԱՑՄԱՆ ՄԱՍԻՆ

Ամփոփում

Հոդվածում դիտարկվում են տիպային  $\lambda$ -հաշվի մոնոտոն մոդելները: Տրվում է  $\delta$ -ռեդուկցիայի հասկացության ֆորմալ սահմանումը: Ապացուցվում են թերմերի խիստ  $\delta$ -նորմալացումը և խիստ  $\beta\delta$ -նորմալացումը: Սահմանվում է բնական  $\delta$ -ռեդուկցիայի հասկացություն և բերվում է  $\beta\delta$ -նորմալ ձևի միակության անհրաժեշտ և բավարար պայման  $\delta$ -ռեդուկցիայի այդպիսի հասկացության համար:

L.E. BUDAGHYAN

ON FORMALIZATION OF NOTION OF  $\delta$ -REDUCTION IN MONOTONIC  
MODELS OF TYPED  $\lambda$ -CALCULUS

Summary

In this paper monotonic models of typed  $\lambda$ -calculus are examined. Formal definition of concept of a  $\delta$ -reduction is given. Strong  $\delta$ -normalization and strong  $\beta\delta$ -normalization of terms are proved. The concept of a natural  $\delta$ -reduction is defined and the necessary and sufficient condition for uniqueness of a  $\beta\delta$ -normal form for such concept of a  $\delta$ -reduction is resulted.

*Ինֆորմատիկա*

УДК 681.3.068

Վ.Է. ՊՈՂՈՍՅԱՆ

ԳԵՐՄԵԾ ԻՆՏԵԳՐԱԼ ՍԽԵՄԱՆԵՐԻ ՏԵՂԱԴՐՍԱՆ ԳԾԱՅԻՆ  
ՖՈՒՆԿՑԻՈՆԱԼԻ ԱՐԱԳ ՀԱՇՎՄԱՆ ԵՂԱՆԱԿ

**Ներածություն:** Գերմեծ ինտեգրալ սխեմաների ֆիզիկական նախագծման մեջ ստանդարտ տարրերի տեղադրումը որոշիչ դեր ունի [1]: Տարրերի տեղադրման հիմնական խնդիրն է ապահովել հաջորդ փուլի՝ միացումների ուղեգծման հնարավորությունը: Խնդիրը մաթեմատիկորեն ձևակերպելիս՝ սխեման մոդելավորում ենք հիպերգրաֆով, իսկ ուղեգծելիության պահանջը փոխարինում ենք միացումների գումարային երկարության նվազեցման պահանջով: Տեղադրության լավացման ալգորիթմներում հաճախ անհրաժեշտ է արագ հաշվել ֆունկցիոնալի արժեքի կախվածությունը տրված տարրի դիրքից՝ մյուս տարրերը համարելով անշարժ [2-4]: Մասնավորապես, պահանջվում է գտնել տրված տարրի օպտիմալ դիրքերը: Հոդվածում առաջարկվում է այս խնդրի լուծման արագ ալգորիթմ:

**Խնդրի ձևակերպումը:** Տրված է  $H(V, E)$  հիպերգրաֆը: Նշանակենք գագաթների քանակը՝  $n=|V|$  և հիպերկողերի քանակը՝  $m=|E|$ : Հիպերկողերի վրա սահմանված են կշիռներ՝  $w: E \rightarrow \mathbf{N}$ , իսկ գագաթների վրա կոորդինատներ՝  $x: E \rightarrow \mathbf{R}$ : Ինդեքսավորելով հիպերգրաֆի գագաթները և կողերը, կարող ենք կշիռները և կոորդինատները ներկայացնել համապատասխան վեկտորներով՝  $\mathbf{w} \in \mathbf{N}^m$ ,  $\mathbf{x} \in \mathbf{R}^n$ : Տրված  $e \subseteq V$  գագաթների բազմության պրոյեկցիա կանվանենք  $I_e = \left[ \min_{v \in e} x_v, \max_{v \in e} x_v \right]$  հատվածը:  $I_e$  հատվածի երկարությունը նշանակենք  $|I_e|$ :  $\Phi(\mathbf{x}) = \sum_{e \in E} |I_e|$  ֆունկցիան կոչվում է հիպերգրաֆի տեղադրման գծային ֆունկցիոնալ: Տեղադրման խնդրի նպատակն է գտնել հիպերգրաֆի գագաթների այնպիսի տեղադրություն, որը նվազեցնում է այդ ֆունկցիոնալի արժեքը:

Այս հողվածում դիտարկված է հետևյալ խնդիրը: Դիցուք տրված է հիպերգրաֆի գազաթների  $x_0$  տեղադրություն և  $v \in V$  գազաթ: Պահանջվում է, մնացած գազաթները համարելով անշարժ, գտնել  $v$  գազաթի այն դիրքերը, որոնց դեպքում ֆունկցիոնալի արժեքը մինիմալ է: Այսինքն՝ նվազեցնել  $f_v(x) = \Phi(x)$  ֆունկցիան, որտեղ  $x$  և  $x_0$  տեղադրությունները տարբերվում են միայն  $v$  գազաթի  $x$  կոորդինատով:

**Առաջարկվող լուծումը:** Դիտարկենք  $v$  գազաթին կից հիպերկողերի բազմությունը՝  $E_v = \{e | v \in e\}$ : Քանի որ  $E/E_v$  հիպերկողերը չեն ազդում  $f_v(x) - \Phi_0$  տարբերության վրա, ապա առանց ընդհանրությունը խախտելու կարող ենք համարել որ  $E = E_v = \{e_i | i = 1, \dots, m\}$ : Հիպերկողերի բազմությանը համապատասխանեցնենք հատվածների  $S = \{s_i^* | i = 1, \dots, m\}$  մուլտիբազմությունը, որը յուրաքանչյուր  $e_i$  հիպերկողի համար պարունակում է  $w_i$  պատկուրյամբ  $s_i$  հատված, որը  $e_i / \{v\}$  բազմության պրոյեկցիան է: Այսինքն՝  $s_i = [l_i, r_i]$ ;  $l_i = \min_{u \in e_i / v} x_u$ ;  $r_i = \max_{u \in e_i / v} x_u$ : Նշանակենք  $t = |S|$ : Ակնհայտ է, որ  $f(x) = \sum_{i=1}^m w_i f_i(x) = \sum_{i=1}^t f_i(x)$ , որտեղ  $f_i(x)$ -ը  $e_i$  հիպերկողի պրոյեկցիայի երկարությունն է  $x$ -ից կախված,

$$f_i(x) = \begin{cases} r_i - x, & x \leq l_i \\ r_i - l_i, & x \in s_i \\ x - l_i, & x \geq r_i \end{cases}, \text{ ընդ որում } f_i'(x) = \begin{cases} -1, & x < l_i \\ 0, & x \in s_i \\ 1, & x > r_i \end{cases}$$

Այսինքն՝  $f_i(x)$ -ը կտոր-առ-կտոր գծային ֆունկցիա է: Նկատենք, որ  $f_i(x)$ -ի ածանցյալը չնվազող է իր որոշման տիրույթում և մեկ անգամ փոխում է նշանը: Այսպիսի ֆունկցիան անվանենք ունիմոդալ: Հեշտ է տեսնել որ ունիմոդալ ֆունկցիաների գումարը մույնպես ունիմոդալ է: Այսպիսով ապացուցվեց հետևյալը:

**Լեմմա:**  $f(x)$ -ը կտոր-առ-կտոր գծային և ունիմոդալ ֆունկցիա է, և խնդրի լուծումը մի որոշ  $[l_0, r_0]$  միջակայք է: Ընդ որում,  $f(x)$ -ը խիստ նվազում է  $(-\infty, l_0]$  միջակայքում և խիստ աճում է  $[r_0, +\infty)$  միջակայքում:

Ստորև նկարագրվում է այդ  $[l_0, r_0]$  միջակայքը գտնող ալգորիթմ:  $S$  մուլտիբազմության հատվածները ինդեքսավորենք այնպես, որ

$$r_1 = \min \{r_j : s_j \in S\}, \quad l_2 = \max \{l_j : s_j \in S \setminus \{s_1\}\}, \\ r_3 = \min \{r_j : s_j \in S \setminus \{s_1, s_2\}\}, \quad l_4 = \max \{l_j : s_j \in S \setminus \{s_1, s_2, s_3\}\}$$

և այլն: Այսինքն՝ տեղի ունի հետևյալ պայմանը.



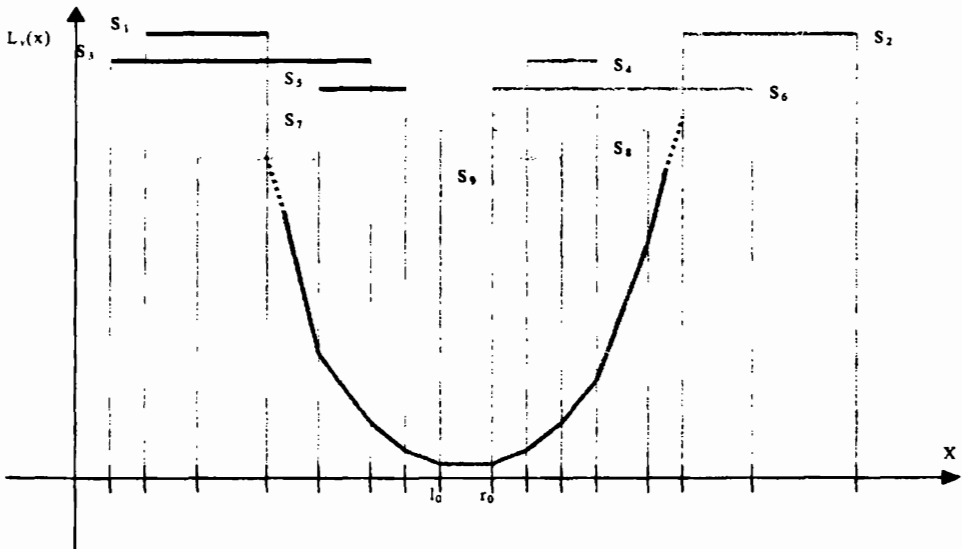
$$\forall k(k < |S|/2) \forall i(i > k), l_{2k} < l_i \text{ \& } r_{2k+1} < r_i:$$

Նշանակենք  $p = \max\{i : i = 2k, r_{i-1} < l_i\}$ , այսինքն՝  $p/2$  թվով հատվածներ ընկած են  $[r_{p-1}, l_p]$  միջակայքից ձախ և  $p/2$  թվով՝ այդ միջակայքից աջ: Նշենք որ այդպիսի  $p$  կարող է գոյություն չունենալ միայն այն դեպքում, երբ  $|S|=1$  կամ՝ երբ բոլոր հատվածերը զույգ առ զույգ հատվում են:

Նշանակենք  $q = \min\{i : i = 2k+1, r_i \geq l_{i+1}\}$ , այսինքն՝ սկսած  $q$ -ից, բոլոր հատվածները զույգ առ զույգ հատվում են և դրանց հատումը հավասար է  $[l_{q+1}, r_q]$ : Նշենք, որ այդպիսի  $q$  կարող է գոյություն չունենալ այն և միայն այն դեպքում, երբ  $|S|=1$  կամ  $|S|=p$ : Սահմանումներից բխում է նաև, որ եթե  $p$ -ն և  $q$ -ն միաժամանակ գոյություն ունեն, այս  $q=p+1$ : Նշանակենք

$$[l_0, r_0] = \begin{cases} [r_{p-1}, l_p], & p\text{-ն որոշված է, } q\text{-ն որոշված չէ,} \\ [l_{q+1}, r_q], & p\text{-ն որոշված չէ, } q\text{-ն որոշված է,} \\ [r_{p-1}, l_p] \cap [l_{q+1}, r_q], & p\text{-ն և } q\text{-ն որոշված են:} \end{cases}$$

Հետևյալ նկարում ցուցադրվում է այդպիսի միջակայքի կառուցման մի օրինակ:



$$S_v = \{S_1, \dots, S_9\}; p = 6, q = 7; l_0 = l_{q+1} = l_8; r_0 = l_p = l_6:$$

**Թեորեմ:** Խնդրի լուծումը  $[l_0, r_0]$  միջակայքն է:

**Ապացույց:** Լեմմայից բխում է, որ բավական է ցույց տալ, որ  $f'(x) = 0, x \in (l_0, r_0)$ : Ըստ կառուցման՝  $[l_0, r_0] \subseteq [r_i, l_j]$  ( $i \leq p, j \leq p$ ) և

$[l_0, r_0] \subseteq [r_i, l_i], (i > p)$ : Ավելին  $[l_0, r_0]$  միջակայքով  $S$  մուլտիբազմությունը տրոհվում է երեք մասի.  $S = S_1 \cup S_2 \cup S_3$ , որտեղ  $|S_1| = |S_2| = p/2$ ,  $S_1 = \{s_i : i = 2k, i \leq p\}$ ,  $S_2 = \{s_i : i = 2k+1, i < p\}$  և  $S_3 = \{s_i : i \geq p\}$ , ընդ որում,  $\forall s_i \in S_1, r_i \leq l_0, \forall s_i \in S_2, l_i \geq r_0, \forall s_i \in S_3, [l_0, r_0] \in [l_i, r_i]$ : Հետևաբար, եթե  $x > l_0$ , ապա  $f'(x) = \sum_{\substack{i=2k \\ i \leq p}} f'(x) = \frac{p}{2}$ , և եթե  $x < r_0$ , ապա

$f'(x) = \sum_{\substack{i=2k+1 \\ i < p}} f'(x) = -\frac{p}{2}$ : Մասնավորապես, եթե  $x \in (l_0, r_0)$ , ապա  $f'(x) = 0$ ,

ինչը և պետք էր ապացուցել: Այսպիսով  $[l_0, r_0]$ -ն գտնելու համար անհրաժեշտ է վերը նշված եղանակով կարգավորել  $S$  մուլտիբազմությունը և գտնել  $p$  թիվը: Պահանջվող գործողությունների քանակն այստեղ  $O(t \log t)$  է:

Դիտարկենք  $S$  հատվածների ծայրակետերը՝  $b_1 \leq \dots \leq b_k = l_0 \leq r_0 = b_{k+1} \leq \dots \leq b_{2t}$ : Քանի որ  $|S_1| = |S_2|$  և  $\forall s_i \in S_3, [l_0, r_0] \in [l_i, r_i]$ , ապա  $k = t$ , և  $[l_0, r_0]$ -ն կարելի է գտնել նաև՝ կարգավորելով հատվածների ծայրակետերը և վերցնելով մեջտեղի երկու կետերը: Այս դեպքում նույնպես բարդությունը  $O(t \log t)$  է՝ թեև գործնականում ավելի շատ գործողություն է պահանջվում:

*Դիսկրետ մաթեմատիկայի ամբիոն*

*Ստացվել է 02.12.2002*

#### Գ Ր Ա Կ Ա Ն Ո Ւ Թ Յ Ո Ւ Ն

1. Sherwani N.A. Algorithms for VLSI Physical Design Automation, 3rd edition, Kluwer Academic Publishers, 1999.
2. Kennings A.A. and Markov I.L. Analytical Minimization of Half-Perimeter Wirelength. ASPDAC 2000, ACM/IEEE2000, p. 179–184.
3. Areibi Shawki M. Iterative Improvement Heuristics for the Standard Cell Placement: A comparison, SCI/ISAS Proceedings, 2001, v. 9.
4. Poghosyan V.E. Iterative Improvement for Standard Cell Placement. Dep. In ArmNIINTI. 25.07.02, №34 – Ar02. 2002.

В.Э. ПОГОСЯН

### МЕТОД БЫСТРОГО ВЫЧИСЛЕНИЯ ЛИНЕЙНОГО ФУНКЦИОНАЛА ДЛЯ ЗАДАЧИ РАЗМЕЩЕНИЯ СВЕРХБОЛЬШИХ ИНТЕГРАЛЬНЫХ СХЕМ

Резюме

В алгоритмах последовательного улучшения размещения элементов сверхбольших интегральных схем часто необходимо вычислить значение

функционала в зависимости от расположения одного элемента, считая остальные элементы неподвижными. В частности, требуется найти оптимальное место для данного элемента. Для решения этой задачи в статье предлагается эффективный алгоритм, который имеет сложность  $O(n \log n)$ , где  $n$  есть количество цепей данного элемента.

V.E. POGHOSYAN

## A FAST TECHNIQUE FOR LINEAR WIRE-LENGTH CALCULATION OF VERY LARGE SCALE INTEGRATION CIRCUITS

### Summary

Many algorithms for very large scale integration placement improvement require fast calculation of the linear wire-length depending on the position of given cell and assuming other cells fixed. Particularly it is required to find optimal locations of the cell. This paper suggests a fast algorithm for this problem. Complexity of the algorithm is  $O(n \log n)$ , where  $n$  is the number of nets of this cell.

УДК 539.3.62.50

А.А. ГУКАСЯН, В.К. СТЕПАНЯН

## ИГРОВОЙ ПОДХОД К УПРАВЛЕНИЮ ДВУХЗВЕННЫМ МАНИПУЛЯТОРОМ

Для двухзвенного манипулятора с тремя степенями подвижности исследуются игровые задачи сближения–уклонения с заданным целевым множеством при разных ограничениях на управляющие воздействия и на минимакс квадратичного функционала. Полученные оптимальные решения для линейной модели используются для нелинейной, с помощью дополнительного регулятора.

**Введение.** В работе делается попытка создать систему управления двухзвенным манипулятором с тремя степенями подвижности, при чем движение по каждой степени создается двумя управляющими воздействиями, которые противодействуют друг другу. Этот конфликт имеет виртуальный смысл и заключается в том, что один из этих управляющих воздействий (первый игрок) исполняет роль движущей силы, а другой (второй игрок) – удерживающей, обеспечивая тем самым плавное движение манипулятора.

**1. Расчетная модель двухзвенного манипулятора и уравнения движений.** Рассматривается двухзвенный антропоморфный манипулятор типичной конструкции [1], состоящий из подвижной платформы и механической руки со схватом (рис. 1). Предполагается, что рука представляет собой два абсолютно твердых тела (звена), соединенных шарниром  $O_1$ .

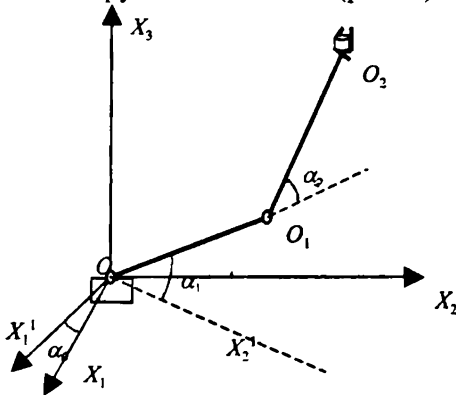


Рис. 1.

Первое звено посредством шарнира  $O$  связано с платформой, а на конце второго расположен схват с грузом  $M_3$ . Шарниры  $O$ ,  $O_1$ ,  $O_2$  идеально цилиндрические. Управление движениями манипулятора осуществляется при помощи электромеханических приводов (динамика приводов не учитывается) [2, 3]. Для описания движения манипулятора введем две прямоугольные системы координат  $OX_1X_2X_3$

и  $OX_1^1 X_2^1 X_3$  с общим началом  $O$  и осью  $OX_3$ , совпадающей с осью вращения платформы. Система координат  $OX_1 X_2 X_3$  неподвижная, а  $OX_1^1 X_2^1 X_3$  жестко связана с платформой, координатная плоскость  $OX_2^1 X_3$  совпадает с плоскостью руки манипулятора.

Введем обозначения:  $\alpha_0$  – угол поворота платформы,  $\alpha_1$  – угол между первым звеном и осью  $OX_2^1$ ,  $\alpha_2$  – угол между звеньями руки манипулятора,  $L_1 = (OO_1)$  – длина первого звена,  $L_2 = (O_1 O_2)$  – длина второго звена,  $I_1$  – расстояние от оси шарнира  $O$  до центра масс ( $M_1$ ) первого звена,  $I_2$  – расстояние от оси шарнира  $O_1$  до центра масс ( $M_2$ ) второго звена.

Движение манипулятора описывается системой уравнений Лагранжа второго рода [4]:

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial K}{\partial \dot{\alpha}_i} - \frac{\partial K}{\partial \alpha_i} = - \frac{\partial \Pi}{\partial \alpha_i} + Q_i \quad (i=0,1,2), \quad (1.1)$$

где обобщенные силы  $Q_i (i=1,2,3)$  состоят из двух слагаемых, первый из которых является движущей силой, а второй – удерживающей.

Для упрощения уравнений движения предполагаем, что вращение манипулятора в целом относительно оси  $OX_3$  происходит независимо от остальных движений. При этом уравнения (1.1) принимают вид

$$\begin{aligned} A_{00} \ddot{\alpha}_0 &= n_0 u_0 - m_0 v_0; \quad A_{11} \ddot{\alpha}_1 + A_{12} \ddot{\alpha}_2 + f_{11}(\alpha, \dot{\alpha}, \ddot{\alpha}) = n_1 u_1 - m_1 v_1, \\ A_{12} \ddot{\alpha}_1 + A_{22} \ddot{\alpha}_2 + f_{22}(\alpha, \dot{\alpha}, \ddot{\alpha}) &= n_2 u_2 - m_2 v_2, \end{aligned} \quad (1.2)$$

где  $A_{00} = J_0 + [M_1 l_1^2 + (M_2 + M_3) L_1^2] \cos^2 \alpha_1 + (M_2 l_2^2 + M_3 L_2^2) \cos^2(\alpha_1 + \alpha_2) + (M_2 l_2 + M_3 L_2) L_1 \cos \alpha_1 \cos(\alpha_1 + \alpha_2) = const$ ;

$$\begin{aligned} A_{11} &= M_1 l_1^2 + M_2 l_2^2 + L_1^2 (M_2 + M_3) + L_2^2 M_3, \quad A_{12} = A_{21} = A_{22} = M_2 l_2^2 + M_3 L_2^2; \\ f_{11}(\alpha, \dot{\alpha}, \ddot{\alpha}) &= (M_2 L_1 l_2 + M_3 L_1 L_2) (2\ddot{\alpha}_1 \cos \alpha_2 + \ddot{\alpha}_2 \cos \alpha_2 - 2\dot{\alpha}_1 \dot{\alpha}_2 \sin \alpha_2 - \dot{\alpha}_2^2 \sin \alpha_2) + \\ &+ \frac{1}{2} [M_1 l_1^2 + (M_2 + M_3) L_1^2] \sin 2\alpha_1 + (M_1 l_1 + (M_2 + M_3) L_1) g \cos \alpha_1 + (M_2 l_2 + M_3 L_2) g \cos(\alpha_1 + \alpha_2) \\ f_{22}(\alpha, \dot{\alpha}, \ddot{\alpha}) &= (M_2 L_1 l_2 + M_3 L_1 L_2) (\ddot{\alpha}_1 \cos \alpha_2 + \dot{\alpha}_1^2 \sin \alpha_2) + (M_2 l_2 + M_3 L_2) g \cos(\alpha_1 + \alpha_2). \end{aligned} \quad (1.3)$$

Перейдем к безразмерным переменным

$$t' = t/T_*, \quad u_i = n_i u_i T_*^2 / A_{ii}, \quad v_i = m_i v_i T_*^2 / A_{ii} \quad (i=0,1,2). \quad (1.4)$$

В обозначениях (1.4)  $T_*$  – принятое за единицу измерения характерное время рабочей транспортной операции, осуществляемой манипулятором. Углы поворотов платформы, схвата и звеньев руки манипулятора суть величины порядка единицы  $\alpha_i \sim 1 (i=0,1,2)$ . Тогда для безразмерных переменных системы (1.2) выполняются следующие соотношения порядков:  $u_i \sim 1, v_i \sim 1, \dot{\alpha}_i \sim 1, \ddot{\alpha}_i \sim 1 (i=0,1,2)$  [2, 3].

Рассматривается случай, когда параметры системы (1.2) удовлетворяют соотношениям

$$\frac{|f_{11}(\alpha, \dot{\alpha}, \ddot{\alpha})|}{A_{11}} \ll 1, \frac{|f_{22}(\alpha, \dot{\alpha}, \ddot{\alpha})|}{A_{22}} \ll 1. \quad (1.5)$$

Уравнения (1.2) принимают вид

$$A_1 \ddot{\alpha} + \mathcal{E}f(\alpha, \dot{\alpha}, \ddot{\alpha}) = u' - v', \quad (1.6)$$

где  $h = \frac{A_{12}}{A_{11}}$ ,  $\frac{|f_{11}(\alpha, \dot{\alpha}, \ddot{\alpha})|}{A_{11}} = \mathcal{E}^1(\alpha, \dot{\alpha}, \ddot{\alpha})$ ,  $\varepsilon \ll 1$ ,  $\frac{|f_{22}(\alpha, \dot{\alpha}, \ddot{\alpha})|}{A_{22}} = \mathcal{E}^2(\alpha, \dot{\alpha}, \ddot{\alpha})$ ,

$$f^i(\alpha, \dot{\alpha}, \ddot{\alpha}) \sim 1, \quad u' = (u'_0, u'_1, u'_2)^T, \quad v' = (v'_0, v'_1, v'_2)^T.$$

$$A_1 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & h \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}, \quad \ddot{\alpha} = \begin{pmatrix} \ddot{\alpha}_0 \\ \ddot{\alpha}_1 \\ \ddot{\alpha}_2 \end{pmatrix}, \quad f = \begin{pmatrix} 0 \\ f_1 \\ f_2 \end{pmatrix}.$$

**2. Игровые задачи управления движением манипулятора.** Рассмотрим две позиционные игровые задачи управления.

*Задача 1.* Первый игрок, оперирующий управлением  $u' = (u'_0, u'_1, u'_2)$ , стремится привести манипулятор из заданного начального состояния  $(t_0, \alpha_i^0, \dot{\alpha}_i^0, i = 0, 1, 2)$  в конечное  $(T, \alpha_i^{(1)}, \dot{\alpha}_i^{(1)}, i = 0, 1, 2)$  и минимизировать заданный функционал  $J[u, v]$  на движениях системы (1.6). А второй игрок, оперирующий управлением  $v' = (v'_0, v'_1, v'_2)$ , стремится уклонить манипулятор от цели  $(T, \alpha_i^{(1)}, \dot{\alpha}_i^{(1)}, i = 0, 1, 2)$  и максимизировать функционал  $J[u, v]$ . Игроки при этом выбирают свои стратегии из класса позиционных [5]. Для исследования поставленной задачи будем использовать линейную модель уравнения движения манипулятора ( $\varepsilon = 0$ ).

Для удобства дальнейших исследований примем за конечное состояние начало координат фазового пространства и  $t_0 = 0$ . Введем следующие обозначения:

$$\alpha_0 = x_1, \quad \dot{\alpha}_0 = x_2, \quad \alpha_1 = x_3, \quad \dot{\alpha}_1 = x_4, \quad \alpha_2 = x_5, \quad \dot{\alpha}_2 = x_6, \\ u'_0 = u_1, \quad \frac{1}{1-h} u'_1 = u_2, \quad \frac{1}{1-h} u'_2 = u_3, \quad v'_0 = v_1, \quad \frac{1}{1-h_2} v'_1 = v_2, \quad \frac{1}{1-h} v'_2 = v_3. \quad (2.1)$$

Тогда система (1.6) приводится к виду

$$\dot{x} = Ax + Bu + Cv, \quad (2.2)$$

где  $x^T = (x_1, \dots, x_6)$ ,  $u^T = (u_1, u_2, u_3)$ ,  $v^T = (v_1, v_2, v_3)$ , а матрицы  $A$  и  $B = -C$  имеют вид

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -h \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 1 \end{bmatrix}. \quad (2.3)$$

Пусть функционал  $J[u, v]$  задан в следующем виде:

$$J[u, v] = \int_0^T \left( \|x\|^2 + \|u\|_R^2 - \gamma^2 \|v\|_H^2 \right) dt, \quad (2.4)$$

где  $\|x\|$  — это евклидова норма вектора  $x \in R^6$ ,  $\|u\|_R^2 = u^T R u$ ,  $\|v\|_H^2 = v^T H v$ , а  $(3 \times 3)$ -матрицы  $R, H$  определены положительно.

В соответствии с поставленной задачей требуется определить оптимальные стратегии  $u^0(t, x)$  и  $v^0(t, x)$ , которые доставляют минимакс и максимин функционалу (2.4) соответственно. Как известно [6, 7], решение поставленной задачи имеет следующий вид:

$$u^0(t, x) = -\frac{1}{2} R^{-1} B^T \frac{\partial W_\gamma}{\partial x}, \quad v^0(t, x) = \frac{1}{2\gamma^2} H^{-1} C^T \frac{\partial W_\gamma}{\partial x}, \quad (2.5)$$

где  $W_\gamma(x)$  — это определенно-положительное решение уравнения Беллмана-Айзека

$$\frac{\partial W_\gamma^T}{\partial x} A x + \frac{1}{4} \frac{\partial W_\gamma^T}{\partial x} \left( \frac{1}{2\gamma^2} C H^{-1} C^T - B R^{-1} B^T \right) \frac{\partial W_\gamma}{\partial x} = 0 \quad (2.6)$$

с граничным условием  $W_\gamma(T) = 0$ . Решение уравнения (2.6) представляется в виде  $W_\gamma(x) = x^T G x$ , где симметричная матрица  $G$  удовлетворяет уравнению Риккати

$$A^T G + G A + G \left( \gamma^{-2} C H^{-1} C^T - B R^{-1} B^T \right) G = 0. \quad (2.7)$$

Матричное уравнение (2.7) представляет собой систему нелинейных алгебраических уравнений со многими неизвестными, решение которой можно получить с применением вычислительной техники. Для аналитического исследования поставленной задачи можно рассмотреть управляемые движения отдельных составных частей манипулятора (основание, звенья) с соответствующими функционалами вида (2.4) [8].

Для основания манипулятора, уравнения движения которого имеют вид

$$\dot{x}_1 = x_2; \quad \dot{x}_2 = u_1 - v_1, \quad (2.8)$$

задача 1 ставится следующим образом: найти оптимальные стратегии  $u^0(t, x)$  и  $v^0(t, x)$ , которые доставляют минимакс и максимин функционалу

$$J[u, v] = \int_0^T \left( x_1^2 + x_2^2 + u_1^2 - \gamma_1^2 v_1^2 \right) dt \quad (2.9)$$

соответственно. Решение этой игровой задачи имеет следующий вид:

$$W_\gamma(x) = \sqrt{1 + \frac{\gamma_1}{\sqrt{\gamma_1^2 + 1}} x_1^2} + \frac{2\gamma_1}{\sqrt{\gamma_1^2 + 1}} x_1 x_2 + \frac{\gamma_1}{\sqrt{\gamma_1^2 + 1}} \sqrt{1 + \frac{\gamma_1}{\sqrt{\gamma_1^2 + 1}} x_2^2},$$

$$u^0(x_1, x_2) = -\frac{\gamma_1}{\sqrt{\gamma_1^2 - 1}} x_1 - \frac{\gamma_1}{\sqrt{\gamma_1^2 + 1}} \sqrt{1 + \frac{\gamma_1}{\sqrt{\gamma_1^2 + 1}} x_2}, \quad (2.10)$$

$$v^0(x_1, x_2) = -\frac{1}{\gamma_1 \sqrt{\gamma_1^2 - 1}} x_1 - \frac{1}{\gamma_1 \sqrt{\gamma_1^2 + 1}} \sqrt{1 + \frac{\gamma_1}{\sqrt{\gamma_1^2 + 1}}} x_2, \quad \gamma_1 > 1.$$

Задача 1 для управления движением звеньев манипулятора

$$\begin{aligned} \dot{x}_3 &= x_4, \dot{x}_4 = u_2 - hu_3 - v_2 + hv_3, \\ \dot{x}_5 &= x_6, \dot{x}_6 = -u_2 + u_3 + v_2 - v_3 \end{aligned} \quad (2.11)$$

исследуется аналогичным образом, где функционалом качества является

$$J[u, v] = \int_0^T (x_3^2 + x_4^2 + x_5^2 + x_6^2 + u_2^2 + u_3^2 - \gamma_2^2 (v_2^2 + v_3^2)) dt. \quad (2.12)$$

Для системы (2.11), (2.12) уравнение (2.7) есть система десяти уравнений второго порядка с десятью неизвестными. Эту систему для конкретных параметров манипулятора можно исследовать с помощью вычислительной техники.

Вторую игровую задачу сформулируем следующим образом.

*Задача 2.* Пусть ограничения на управления  $u$  и  $v$  для системы (2.2) заданы в виде

$$u \in P, \quad v \in Q, \quad (2.13)$$

где  $P$  и  $Q$  компакты в  $R^3$ . Задачей первого игрока является приведение в момент времени  $T$  манипулятора из заданного начального состояния  $(t_0, x(t_0))$  в начало координат фазового пространства с помощью позиционного управления  $u$ , удовлетворяющего первому ограничению (2.13). Целью второго игрока является противостояние этому движению с помощью позиционного управления  $v$ , удовлетворяющего второму ограничению (2.13).

Определим целевое множество  $M_c$  следующим образом:

$$M_c = \{(t, x), t \geq t_0 = 0, x = 0\}. \quad (2.14)$$

Теперь задачей первого игрока является сближение позиции  $(t, x)$  к целевому множеству  $M_c$  к моменту  $t = T$ , а задачей второго – уклонение от  $M_c$  вплоть до момента  $t = T$ .

Исследование проведем для линейной модели манипулятора (2.2) методом экстремального прицеливания [4]. Согласно этому методу, нам нужно вычислить функцию

$$\varepsilon^0(t, x, T) = \max_{\|l\|=1} \chi(t, x, T, l) + c \quad (2.15)$$

для текущей позиции  $(t, x)$ . Здесь  $\|l\|$  есть евклидова норма вектора  $l \in R^6$ ,  $c > 0$  – некоторая постоянная, а функция  $\chi(t, x, T, l)$  имеет вид

$$\chi(t, x, T, l) = \rho_1(t, T, l) + \rho_2(t, T, l) + \rho_M(l) + l^T X[T, t]x, \quad (2.16)$$

где величины  $\rho_1(t, T, l)$ ,  $\rho_2(t, T, l)$ ,  $\rho_M(l)$  определяются равенствами

$$\begin{aligned} \rho_1(t, T, l) &= \int_t^T \min_{u \in P} (l^T X[T, \tau] B u) d\tau, \quad \rho_2(t, T, l) = \int_t^T \max_{v \in Q} (l^T X[T, \tau] C v) d\tau, \\ \rho_M(l) &= \min_{-q \in M_c(\theta)} l^T q = 0, \end{aligned} \quad (2.17)$$



а  $X[T, t]$  есть фундаментальная матрица системы (2.2). Как доказано в [4], если множества  $P$  и  $Q$  подобны, т.е.  $P = rQ$  ( $r > 1$ ), тогда  $\rho_1(t, T, l) = -r\rho_2(t, T, l)$ , и ситуация в данной задаче является регулярной. Это означает, что задача на максимум (2.15) имеет единственное решение  $\{l^0(t, x, T) = (l_i^0(t, x, T), i = 1, \dots, 6), \varepsilon^0(t, x, T)\}$ .

Пусть множества  $P$  и  $Q$  имеют следующий вид:

$$P = \{u, \|u\| = \lambda\}, \quad Q = \{v, \|v\| = \mu\}, \quad \lambda > \mu, \quad (2.18)$$

где  $\|u\|, \|v\|$  – евклидовы нормы векторов  $u, v$  соответственно. Вычислив величину  $\rho_1(t, T, l)$  согласно (2.17), получим

$$\begin{aligned} \rho_1(t, T, l) = & \int_t^T \min_{u \in P} [l_1(T-\tau)u_1 + l_2u_1 + l_3(u_2 - hu_3)(T-\tau) + l_4(u_2 - hu_3) + l_5(u_3 - u_2) \times \\ & \times (T-\tau) + l_6(u_3 - u_2)] d\tau = -\frac{\lambda}{2} \left[ \left( T-t + \frac{b}{a} \right) \sqrt{a(T-t)^2 + 2b(T-t) + d} - \frac{b}{a} \sqrt{d} + \frac{1}{\sqrt{a}} \left( d - \frac{b^2}{a} \right) \times \right. \\ & \left. \times \left( \ln \left( \sqrt{a} \left( T-t + \frac{b}{a} \right) + \sqrt{a(T-t)^2 + 2b(T-t) + d} \right) - \ln \left( \frac{b}{\sqrt{a}} - \sqrt{d} \right) \right) \right], \end{aligned} \quad (2.19)$$

где введены обозначения

$$\begin{aligned} a = l_1^2 + (l_3 - l_5)^2 + (l_5 - hl_3)^2; \quad b = l_1l_2 + (l_3 - l_5)(l_4 - l_6) + (l_5 - hl_3)(l_6 - hl_4), \\ d = l_2^2 + (l_4 - l_6)^2 + (l_6 - hl_4)^2. \end{aligned} \quad (2.20)$$

С учетом (2.16), (2.17) и (2.18) гипотетическое рассогласование для экстремальной задачи (2.15) принимает вид

$$\begin{aligned} \varepsilon^0(t, x, T) = \max_{|l|=1} \left[ l' X[T, t] x + \frac{1}{2} (\mu - \lambda) \left[ \left( T-t + \frac{b}{a} \right) \sqrt{a(T-t)^2 + 2b(T-t) + d} - \frac{b}{a} \sqrt{d} + \right. \right. \\ \left. \left. + \frac{1}{\sqrt{a}} \left( d - \frac{b^2}{a} \right) \left[ \ln \left( \sqrt{a} \left( T-t + \frac{b}{a} \right) + \sqrt{a(T-t)^2 + 2b(T-t) + d} \right) - \ln \left( \frac{b}{\sqrt{a}} - \sqrt{d} \right) \right] \right] + c. \end{aligned} \quad (2.21)$$

После решения экстремальной задачи (2.21) стратегию  $u_c^0(t, x)$  первого игрока в задаче сближения определяем из следующей задачи на минимум:

$$l^{0T}(t, x, T) X[T, t] B u_c^0(t, x) = \min_{u \in P} l^{0T}(t, T, x) X[T, t] B u \quad (2.22)$$

в тех позициях  $(t, x)$ , где выполняется условие  $\varepsilon^0(t, x, T) > c$ . В остальных  $u_c^0(t, x)$  есть любой вектор. Решая задачу (2.22) методом Лагранжа, получим

$$\begin{aligned} u_{1c}^0(t, x) = -\lambda [(l_1^0(t, T, x)(T-t) + l_2^0(t, T, x))(a(T-t)^2 + 2b(T-t) + d)]^{-\frac{1}{2}}, \\ u_{2c}^0(t, x) = -\lambda [(l_3^0(t, T, x) - l_5^0(t, T, x))(T-t) + l_4^0(t, T, x) - l_6^0(t, T, x)](a(T-t)^2 + 2b(T-t) + d)]^{-\frac{1}{2}}, \\ u_{3c}^0(t, x) = -\lambda [(l_5^0(t, T, x) - hl_3^0(t, T, x))(T-t) + l_6^0(t, T, x) - hl_4^0(t, T, x)](a(T-t)^2 + 2b(T-t) + d)]^{-\frac{1}{2}}, \end{aligned} \quad (2.23)$$

где величины  $a, b, d$  вычисляются из (2.20) при  $l = l^0(t, x, T)$ . Заметим, что здесь  $T \leq T^0(t_0, x_0)$ , где  $T^0(t_0, x_0)$  есть наименьший корень уравнения  $\varepsilon^0(t_0, x_0, T) = c$ .

Для определения гарантированной стратегии  $v_c^0(t, x)$  второго игрока в задаче уклонения нам предстоит вычислить вектор прицеливания  $s(t, x)$ , согласно равенству [4]

$$s(t, x, T) = \int_t^T (\varepsilon^0(t, x, \tau) - c)^{-2} X^T[\tau, t] l^0(t, x, \tau) d\tau \quad (T < T_0(t_0, x_0)),$$

где  $\varepsilon^0(t, x, \tau)$  есть значение максимума (2.21) при  $T = \tau$ . Теперь стратегию  $v_c^0(t, x)$  можем определить из следующей задачи на максимум:

$$s^T(t, x, T) C v_c^0(t, x) = \max_{v \in Q} s^T(t, x, T) C v \quad (2.24)$$

для всех позиций  $(t, x) \in G$ , где  $G = \{(t, x) : \varepsilon^0(t, x, T) > c, 0 \leq t < T\}$ .

Решая задачу (2.24) методом Лагранжа, получаем

$$\begin{aligned} v_{1c}^0(t, x) &= \mu s_2(t, T, x) H^{-1}(t, x, T); v_{2c}^0(t, x) = \mu (s_4(t, T, x) - s_6(t, T, x)) H^{-1}(t, x, T), \\ v_{3c}^0(t, x) &= \mu (s_6(t, T, x) - h s_4(t, T, x)) H^{-1}(t, x, T), \end{aligned} \quad (2.25)$$

где через  $H(t, x, T)$  обозначена величина

$$H(t, x, T) = [s_2^2(t, x, T) + (s_4(t, x, T) - s_6(t, x, T))^2 + (s_6(t, x, T) - h s_4(t, x, T))^2]^{\frac{1}{2}}.$$

Таким образом, в случае ограничений (2.13), (2.18) поставленная игровая задача решается до конца, если удастся определить вектор прицеливания  $l^0(t, x, \tau)$  и функцию  $\varepsilon^0(t, x, \tau)$  из экстремальной задачи (2.21).

Перейдем к исследованию игровых задач 2, уравнения которых имеют вид (2.11) с ограничениями на управления

$$\begin{aligned} u^{(2)} &= (u_2, u_3) \in P_2 = [(u_2, u_3), u_2^2 + u_3^2 \leq \lambda_2^2], \\ v^{(2)} &= (v_2, v_3) \in Q_2 = [(v_2, v_3), v_2^2 + v_3^2 \leq \mu_2^2] \end{aligned} \quad (2.26)$$

и с целевым множеством

$$M_c = \{(t, x), t \geq 0, x = (x_3, x_4, x_5, x_6) = 0\}. \quad (2.27)$$

Для этой игровой задачи величина  $\rho_1(t, T, l)$  опять имеет вид (2.19), где величины  $a, b, d$  определяются уже выражениями

$$\begin{aligned} a &= (l_3 - l_5)^2 + (l_5 - h l_3)^2; b = (l_3 - l_5)(l_4 - l_6) + (l_5 - h l_3)(l_6 - h l_4), \\ d &= (l_4 - l_6)^2 + (l_6 - h l_4)^2. \end{aligned} \quad (2.28)$$

Для функции  $\varepsilon_2^0(t, x, T)$  в этой игре получаем экстремальную задачу, аналогичную с (2.21), с величинами (2.28) и нормой  $\|l\|_2 = (l_3^2 + l_4^2 + l_5^2 + l_6^2)^{\frac{1}{2}}$ .

Рассмотрим теперь игровую задачу 2 для системы (2.11), (2.26)–(2.27), когда множества  $P, Q$  имеют вид

$$P_2 = [(u_2, u_3), |u_2| \leq \gamma_1, |u_3| \leq \gamma_2],$$

$$Q_2 = [(v_2, v_3), |v_2| \leq \delta_1, |v_3| \leq \delta_2], \quad \frac{\gamma_1}{\delta_1} = \frac{\gamma_2}{\delta_2} = r > 1. \quad (2.29)$$

Здесь для определения функции  $\varepsilon_2^0(t, x, T)$  и вектора прицеливания  $l^{(2)0}(t, x, T)$  имеем следующую экстремальную задачу:

$$\varepsilon_2^0(t, x, T) = \max_{\|l^{(2)}\|=1} [l_3(x_3 + (T-t)x_4) + l_4x_4 + l_5(x_5 + (T-t)x_6) + l_6x_6 + (1 - \frac{1}{r})\rho_1(t, T, l)] + c, \quad (2.30)$$

где функция  $\rho_1(t, T, l)$  имеет вид

$$\rho_1(t, T, l) = \int_t^T (-\gamma_1 |l_3 - a_2 l_5| \tau + l_4 - a_2 l_6 - \gamma_2 |l_5 - a_1 l_3| \tau + l_6 - a_1 l_4) d\tau. \quad (2.31)$$

Для вычисления интеграла (2.31) определим следующие области в четырехмерном пространстве  $R^4(l_3, l_4, l_5, l_6)$ :

$$\begin{aligned} D_1^{(1)} &= \{l_3 - l_5 \geq 0, l_4 - l_6 \geq 0\} \cup \{l_3 - l_5 < 0, l_4 - l_6 \geq (t-T)(l_3 - l_5)\}, \\ D_2^{(1)} &= \{l_3 - l_5 < 0, l_4 - l_6 < 0\} \cup \{l_3 - l_5 > 0, l_4 - l_6 \leq (t-T)(l_3 - l_5)\}, \\ D_3^{(1)} &= \{l_3 - l_5 > 0, (t-T)(l_3 - l_5) < l_4 - l_6 < 0\}, \\ D_4^{(1)} &= \{l_3 - l_5 < 0, (t-T)(l_3 - l_5) > l_4 - l_6 > 0\}, \\ D_1^{(2)} &= \{l_5 - hl_3 \geq 0, l_6 - hl_4 \geq 0\} \cup \{l_5 - hl_3 < 0, l_6 - hl_4 \geq (t-T)(l_5 - hl_3)\}, \\ D_2^{(2)} &= \{l_5 - hl_3 < 0, l_6 - hl_4 < 0\} \cup \{l_5 - hl_3 > 0, l_6 - hl_4 \leq (t-T)(l_5 - hl_3)\}, \\ D_3^{(2)} &= \{l_5 - hl_3 > 0, (t-T)(l_5 - hl_3) < l_6 - hl_4 < 0\}, \\ D_4^{(2)} &= \{l_5 - hl_3 < 0, (t-T)(l_5 - hl_3) > l_6 - hl_4 > 0\}. \end{aligned} \quad (2.32)$$

Интеграл (2.31) вычисляется для различных областей  $D_i^{(j)} (i = 1, \dots, 4; j = 1, 2)$  и получаются следующие значения:

$$\rho_1(t, T, l) = -\frac{\gamma_1}{2} \varphi_1(t, T, l) - \frac{\gamma_2}{2} \varphi_2(t, T, l), \quad (2.33)$$

где функции  $\varphi_1(t, T, l)$  и  $\varphi_2(t, T, l)$  следующие:

$$\varphi_1(t, T, l) = \begin{cases} (l_3 - l_5)(T-t)^2 + 2(T-t)(l_4 - l_6), & l^{(2)} \in D_1^{(1)}, \\ -[(l_3 - l_5)(T-t)^2 + 2(T-t)(l_4 - l_6)], & l^{(2)} \in D_2^{(1)}, \\ (l_3 - l_5)(T-t)^2 + 2(T-t)(l_4 - l_6) + 2(l_4 - l_6)^2(l_3 - l_5)^{-1}, & l^{(2)} \in D_3^{(1)}, \\ -[(l_3 - l_5)(T-t)^2 + 2(T-t)(l_4 - l_6) + 2(l_4 - l_6)^2(l_3 - l_5)^{-1}], & l^{(2)} \in D_4^{(1)}. \end{cases} \quad (2.34)$$

$$\varphi_2(t, T, l) = \begin{cases} (l_5 - hl_3)(T-t)^2 + 2(T-t)(l_6 - hl_4), & l^{(2)} \in D_1^{(2)}, \\ -[(l_5 - hl_3)(T-t)^2 + 2(T-t)(l_6 - hl_4)], & l^{(2)} \in D_2^{(2)}, \\ (l_5 - hl_3)(T-t)^2 + 2(T-t)(l_6 - hl_4) + 2(l_6 - hl_4)^2(l_5 - hl_3)^{-1}, & l^{(2)} \in D_3^{(2)}, \\ -[(l_5 - hl_3)(T-t)^2 + 2(T-t)(l_6 - hl_4) + 2(l_6 - hl_4)^2(l_5 - hl_3)^{-1}], & l^{(2)} \in D_4^{(2)}. \end{cases} \quad (2.35)$$

Таким образом, исследование экстремальной задачи (2.30) с учетом (2.31)–(2.35) можно довести до конца и в явном виде определить функцию  $\varepsilon_2^0(t, x, T)$  и вектор прицеливания

$$l^{(2)0}(t, x, T) = (l_3^0(t, x, T), l_4^0(t, x, T), l_5^0(t, x, T), l_6^0(t, x, T)).$$

Оптимальная стратегия  $u_c^{(2)0}(t, x)$  определяется из экстремальной задачи

$$l^{(2)0T}(t, x, T)X^{(2)}[T, t]B^{(2)}u_c^{(2)0}(t, x) = \min_{u^{(2)} \in P_2} l^{(2)0T}(t, T, x)X^{(2)}[T, t]B^{(2)}u^{(2)} \quad (2.36)$$

с ограничениями (2.29)

$$\begin{aligned} u_{2c}^0(t, x) &= -\gamma_1 \text{sign}[(l_3^0(t, x, T) - l_5^0(t, x, T))(T - t) + l_4^0(t, x, T) - l_6^0(t, x, T)], \\ u_{3c}^0(t, x) &= -\gamma_2 \text{sign}[(l_5^0(t, x, T) - hl_4^0(t, x, T))(T - t) + l_6^0(t, x, T) - hl_4^0(t, x, T)] \end{aligned} \quad (2.37)$$

в тех позициях  $(t, x)$ , где  $\varepsilon_2^0(t, x, T) > c$ . В остальных случаях стратегия  $u_c^{(2)0}(t, x)$  есть любой вектор  $u_2 \in P_2$ .

Гарантированную стратегию  $v_c^{(2)0}(t, x)$  определяем из задачи на максимум

$$s^{(2)T}(t, x, T)C^{(2)}v_c^{(2)0}(t, x) = \max_{v^{(2)} \in Q_2} s^{(2)T}(t, T, x)C^{(2)}v^{(2)} \quad (2.38)$$

в тех позициях  $(t, x)$ , где  $\varepsilon_2^0(t, x, T) > c$ , а вектор прицеливания  $s^{(2)}(t, x, T) = (s_3(t, x, T), s_4(t, x, T), s_5(t, x, T), s_6(t, x, T))$  определяется выражением

$$s^{(2)}(t, x, T) = \int_t^T (\varepsilon_2^0(t, x, \tau) - c)^{-2} X^{(2)T} l^{(2)0}(t, x, \tau) d\tau \quad (T < T_0(t_0, x_0)). \quad (2.39)$$

Решая задачу (2.38), получаем гарантированную стратегию второго игрока:

$$v_{2c}^0(t, x) = \delta_1 \text{sign}[s_6(t, x, T) - s_4(t, x, T)]; v_{3c}^0(t, x) = \delta_2 \text{sign}[hs_4(t, x, T) - s_6(t, x, T)]. \quad (2.40)$$

Таким образом, определяются оптимальные  $u_c^{(2)0}(t, x)$  и гарантированные  $v_c^{(2)0}(t, x)$  стратегии для управления движением звеньев манипулятора в случае ограничений (2.29).

**3. Управление квазилинейной моделью.** Обратимся теперь к исследованию игровых задач управления квазилинейной моделью манипулятора, которая описывается системой (1.6). Подставляя уже полученные оптимальные  $u^0(t, x)$  и гарантированные  $v^0(t, x)$  стратегии в линейную систему (2.2), получим оптимальные фазовые траектории  $x^0(t)$  для линейной модели. Так как нелинейные члены  $f_i(\alpha, \dot{\alpha}, \ddot{\alpha})$  в системе (1.6) имеют порядок  $\varepsilon$ , где  $\varepsilon$  – малая величина, а сами функции  $f_i(\alpha, \dot{\alpha}, \ddot{\alpha})$  имеют порядок единицы, то нетрудно показать, что подстановка оптимальных стратегий  $u^0(t, x)$  и  $v^0(t, x)$  линейной системы в нелинейную (1.6) приводит к решению  $x^*(t)$ , которое отличается от решения линейной системы  $x^0(t)$  величиной порядка  $\varepsilon$ . Этот факт дает нам возможность потребовать от квазилинейной системы

(1.6) иметь то решение  $x^0(t)$ , которое оптимально для линейной (2.2). При этом следует систему управления квазилинейной моделью снабдить регулятором, который будет вырабатывать дополнительные управляющие воздействия  $u_\varepsilon(t, x)$ , компенсирующие разность  $\dot{x}^*(t) - \dot{x}^0(t)$ . Для определенности такой регулятор можно сконструировать для первого игрока. На рис. 2 приведена кибернетическая схема управления квазилинейной моделью манипулятора.

Таким образом, выбирая стратегии игроков в виде

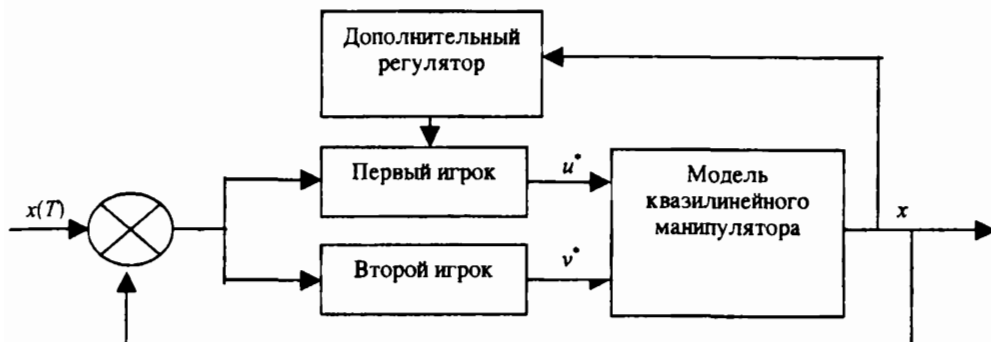


Рис. 2.

$u^*(t, x) = u^0(t, x) + u_\varepsilon(t, x)$  и  $v^*(t, x) = v^0(t, x)$ , для квазилинейной модели получим то же самое движение  $x^0(t)$ , что и для линейной. Здесь  $u_\varepsilon(t, x) = \varepsilon f(x^0, \dot{x}^0)$ , где  $f(x^0, \dot{x}^0)$  вычисляется, согласно (1.3)–(1.6), (2.2). Однако при этом оптимальное значение функционала (2.4)  $J^0[u^0, v^0]$  получит следующее приращение:

$$\Delta J[u^*, v^*] = J[u^*, v^*] - J^0[u^0, v^0] = \int_0^T \left( 2\varepsilon u^{0T} R f(x^0, \dot{x}^0) + \varepsilon^2 \|f(x^0, \dot{x}^0)\|_R^2 \right) dt. \quad (3.1)$$

Как видно из (3.1), приращение  $\Delta J[u^*, v^*]$  имеет порядок  $\varepsilon$ . Для данной модели манипулятора с разделением движений его составных частей (основания, звеньев) дополнительный регулятор конструируется только для управления движением звеньев.

При решении игровых задач 2 для нелинейной модели (1.6) ограничения (2.13), (2.18) изменяются следующим образом:

$$\|u^*(t)\| = \|u^0(t) + u_\varepsilon(t)\| \leq \|u^0(t)\| + \|u_\varepsilon(t)\| \leq \lambda + \varepsilon \|f(x^0, \dot{x}^0)\|. \quad (3.2)$$

Следовательно, если первоначальные ограничения на управляющие воздействия заданы для квазилинейной модели манипулятора (1.6), то при решении линейных игровых задач 2 следует область управляющих воздействий сузить на величину  $\varepsilon f_0$ , где  $\|f(x, \dot{x})\| \leq f_0$ .

Таким образом, вышеизложенный подход позволяет существенно облегчить процедуру решения игровых задач для квазилинейной модели

манипулятора с проигрышем в оптимальном значении функционала (2.4) или в использовании возможностей игроков. Этот проигрыш имеет порядок  $\varepsilon$  в обоих случаях.

Кафедра механики

Поступила 02.04.2002

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Промышленные роботы. Справочник. М.: Машиноведение, 1983.
2. Черноусько Ф.Л., Болотник Н.Н., Градецкий В.Г. Манипуляционные роботы. М.: Наука, 1989.
3. Акуленко Л.Д., Болотник Н.Н. – Изв. АН СССР, МТТ, № 4, 1986.
4. Красовский Н.Н., Субботин А.И. Позиционные дифференциальные игры М.: Наука, 1974.
5. Лурье А.И. Аналитическая механика. М.: Наука, 1961.
6. Bellman R.E. Dynamic programming. Princeton NJ, Princeton University press, 1957.
7. Bellman R. Introduction to the mathematical theory of control processes. New York, Academic Press, 1967, v. 1, 1971, v. 2.
8. Гукасян А.А., Степанян В.К. – Изв. НАН РА, Механика, 2000, № 4.

Ա.Ա. ԳՆԻԿԱՍՅԱՆ, Վ.Զ. ՍՏԵՓԱՆՅԱՆ

ԵՐԿՕՂԱԿ ՄԱՆԻՊՈՒԼՅԱՏՈՐԻ ԴԵԿԱՎԱՐՄԱՆ ԽԱՂԱՅԻՆ  
ՄՈՏԵՑՈՒՄ

Ամփոփում

Ուսումնասիրվում է երեք ազատության աստիճան ունեցող երկօղակ մանիպուլյատորի ղեկավարման մոտեցման և շեղման խաղային խնդիրներ՝ տրված նպատակային բազմության ու ղեկավարող ազդեցությունների վրա դրված տարբեր սահմանափակումների դեպքում: Առաջարկվում է գծային մոդելի համար ստացված ղեկավարող ազդեցությունները օգտագործել քվադրատային մոդելում լրացուցիչ կարգավորիչի միջոցով:

A.A. GHUKASYAN, V.K. STEPANYAN

THE GAME APPROACH TO CONTROL OF DOUBLE LINKED  
MANIPULATOR

Summary

For the double linked manipulator with three degrees of mobility game problems of approach–evasion with the given target set are investigated at different restrictions on controlling influences and on a minimax square-law functional. The received optimal decisions for linear model are used for control of nonlinear model with the help of an additional regulator.

УДК 62.50

В.Р. БАРСЕГЯН, Т.А. СИМОНЯН

**СТОХАСТИЧЕСКАЯ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНАЯ ИГРА  
 СБЛИЖЕНИЯ–УКЛОНЕНИЯ ПРИ НЕСКОЛЬКИХ ЦЕЛЕВЫХ  
 МНОЖЕСТВАХ В ОДНОРОДНОМ ЦЕНТРАЛЬНОМ ПОЛЕ**

Рассматривается дифференциальная игра сближения–уклонения при нескольких целевых множествах в классе стохастических частично программных стратегий в однородном центральном поле, когда она протекает в тонких сферических слоях. Стратегии игроков формируются с учетом случайных величин, появляющихся в ходе измерений позиции. Построены стратегии первого и второго игроков в явном виде. Получена оценка величины расстояния истинного фазового состояния системы от поводья в любой момент времени.

1. Рассмотрим процесс преследования летательных аппаратов, условно называемых перехватчиком и целью. Считая их материальными точками, пренебрегаем возмущениями, исходящими от несферичности Земли, атмосферными сопротивлениями и притяжением других небесных тел. Предполагая также, что преследование протекает в тонких сферических слоях гравитационного поля Земли [1], и считая, что двигатели управления работают непрерывно, векторные уравнения движения аппаратов запишем так:

$$\ddot{\vec{r}}_1 + \omega^2 \vec{r}_1 = \vec{u}, \quad \ddot{\vec{r}}_2 + \omega^2 \vec{r}_2 = \vec{v}, \quad (1.1)$$

где  $\vec{r}_1$  и  $\vec{r}_2$  – геоцентрические радиусы-векторы перехватчика и цели;  $\vec{u}$  и  $\vec{v}$  – равнодействующие векторы ускорения от тяги их двигателей;

$\omega^2 = \frac{\mu_0}{r_0^3}$ ;  $r_0 = const$  – средний радиус сферического слоя;  $\mu_0$  – гравитационная постоянная Земли.

Вычитая из первого уравнения (1.1) второе и определяя вектор дальности от цели до перехватчика  $\vec{r} = \vec{r}_1 - \vec{r}_2$ , получим

$$\ddot{\vec{r}} + \omega^2 \vec{r} = \vec{u} - \vec{v}. \quad (1.2)$$

Уравнение (1.2) в нормальной форме запишется в виде

$$\dot{x} = Ax + Bu + Cv, \quad (1.3)$$

где  $x = (x_1, x_2, \dots, x_6)'$ ,  $x_1 = x$ ,  $x_2 = \dot{x}$ ,  $x_3 = y$ ,  $x_4 = \dot{y}$ ,  $x_5 = z$ ,  $x_6 = \dot{z}$ ,

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\omega^2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\omega^2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -\omega^2 & 0 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}.$$

Управления  $u = (u_1, u_2, u_3)'$  и  $v = (v_1, v_2, v_3)'$  удовлетворяют ограничениям

$$u_1^2 + u_2^2 + u_3^2 \leq \lambda_1^2, \quad v_1^2 + v_2^2 + v_3^2 \leq \lambda_2^2. \quad (1.4)$$

Здесь и далее штрих означает транспонирование.

2. Пусть заданы моменты времени:  $t_0 = \vartheta_0 \leq \vartheta_1 \leq \dots \leq \vartheta_m = \theta$ .

Рассмотрим дифференциальную игру сближения–уклонения системы (1.3) в моменты времени  $\vartheta_k$  ( $k = 1, \dots, m$ ) при множествах

$$M_k : \sum_{i=1}^6 x_i^2[\vartheta_k] \leq a_k^2 \quad (k = 1, \dots, m), \quad (2.1)$$

когда управления  $u(\cdot)$  и  $v(\cdot)$  соответственно первым (перехватчиком) и вторым (целью) игроками выбираются из класса стохастических частично программных управлений на интервале времени  $[t_0, \theta]$  [2–5].

Основываясь на работы [4, 5], стохастические частично программные управления игроков как измеримые по  $t, \tilde{\omega}$  и неупреждающие функции на полуинтервале  $[\tau_i, \tau_{i+1})$  запишем в виде

$$u_i \left( t, \tilde{\omega}, x[\tau_i] \right) = u_i(t, \xi_1, \dots, \xi_i, x[\tau_i]), \quad (2.2)$$

$$v_i \left( t, \tilde{\omega}, x[\tau_i] \right) = v_i(t, \xi_1, \dots, \xi_i, x[\tau_i]) \quad (2.3)$$

при  $\tau_i \leq t \leq \tau_{i+1}$ , где  $\tau_1, \tau_2, \dots, \tau_m$  являются узлами разбиения интервала времени  $[t_0, \theta]$  с диаметром  $\delta = \sup_i (\tau_{i+1} - \tau_i)$  таким, что моменты времени  $\vartheta_k$  ( $k = 1, \dots, m$ ) являются узлами разбиения, т.е.

$$\tau_{i_0} = t_0 = \vartheta_0, \quad \tau_{i_1} = \vartheta_1, \dots, \tau_{i_m} = \vartheta_m = \theta.$$

Случайное движение системы (1.3) определяется как решение стохастического дифференциального уравнения

$$\dot{x} = Ax + Bu_i(t, \xi_1, \dots, \xi_i, x[\tau_i]) + Cv_i(t, \xi_1, \dots, \xi_i, x[\tau_i])$$

при частично программных управлениях  $u_i(\cdot), v_i(\cdot)$  и начальной позиции  $(\tau_i, x[\tau_i])$ , т.е.

$$x(t, \xi_1, \dots, \xi_{i+1}) = X[t, \tau_i]x[\tau_i] + \int_{\tau_i}^t X[t, \tau] (Bu(\tau, \cdot) + Cv(\tau, \cdot)) d\tau \quad (2.4)$$

при  $\tau_i \leq t \leq \tau_{i+1}$ . Здесь  $X[t, \tau]$  – фундаментальная матрица решений однородной части системы (1.3).



Сформулируем следующие задачи.

*Задача 1.* Первый игрок стремится выбором своей стратегии (2.2) сблизить стохастическое движение (2.4) системы (1.3) к множествам  $M_k$  ( $k = 1, \dots, m$ ) не позже, чем к моментам времени  $\vartheta_k$  ( $k = 1, \dots, m$ ).

*Задача 2.* Второй игрок стремится выбором своей стратегии (2.3) уклонить стохастическое движение (2.4) системы (1.3) от всех множеств  $M_k$  ( $k = 1, \dots, m$ ) до моментов времени  $\vartheta_k$  ( $k = 1, \dots, m$ ).

3. Наряду со стохастическим движением (2.4) исходной системы (1.3) рассмотрим детерминированное движение точки (поводырь)  $w(t)$ , которое формируется так, чтобы в процессе игры они взаимно отслеживались [2–7].

Динамика поводыря определяется уравнением

$$\dot{w} = A(t)w + B(t)u + C(t)v. \quad (3.1)$$

Пусть выполнены следующие условия [7].

*Условие 1.* При всех  $t \in [t_0, \tau_i)$  и  $\tau_i \in [t_0, \vartheta_k]$  функции

$$\begin{aligned} \aleph_k(t, \vartheta_k, l_k) = & - \left\{ \int_t^{\eta_k} \min_{u_1^2 + u_2^2 + u_3^2 \leq \lambda_1^2} [l_k' X[\vartheta_k, \tau] B(\tau)u] d\tau + \right. \\ & \left. + \int_t^{\eta_k} \max_{v_1^2 + v_2^2 + v_3^2 \leq \lambda_2^2} [l_k' X[\vartheta_k, \tau] C(\tau)v] d\tau + \min_{-p \in M_k} l_k' p \right\} \end{aligned} \quad (3.2)$$

выпуклы по  $l_k$ ,  $k = 1, \dots, m$  (числа  $\eta_k$  определим ниже).

*Условие 2.* Для всякого вектора  $u$  найдется вектор  $v$  из (1.4) такой, что для всех  $t$  ( $t_0 \leq t \leq \vartheta_m$ ) и для всех векторов  $l_k$  будет справедливо неравенство

$$l_k'(B(t)u + C(t)v) \geq \min_{u_1^2 + u_2^2 + u_3^2 \leq \lambda_1^2} l_k' B(t)u + \max_{v_1^2 + v_2^2 + v_3^2 \leq \lambda_2^2} l_k' C(t)v. \quad (3.3)$$

Построим функцию Ляпунова [8]:

$$\lambda_k(t, w) = \sum_{k=1}^m \int_t^{\vartheta_k - \mu} \frac{d\tau}{\varepsilon_k^{(0)}(t, w, \tau)} \quad (\vartheta_{k-1} - \mu \leq t \leq \vartheta_k - \mu, \quad \vartheta_0 = t_0). \quad (3.4)$$

Числа  $\eta_k$  являются решением (3.4). Здесь функции  $\varepsilon_k^{(0)}(t, w, \tau)$  определяются выражением

$$\varepsilon_k^{(0)}(t, w, \vartheta_k) = \max_{\|l_k\| \leq 1} [l_k' X[\vartheta_k, t]w - \aleph_k(t, \vartheta_k, l_k)]. \quad (3.5)$$

Единственность вектора  $l_k^{(0)}$ , максимизирующего (3.5), следует из условия 2, где  $\mu > 0$  сколь угодно малое число.

Стратегии второго игрока, обеспечивающие уклонение каждого движения  $w(t)$  от множеств  $\{M_k\}$  до моментов времени  $\vartheta_1, \dots, \vartheta_k$ , определяется из условия

$$\left\{ \sum_{k=1}^m \int_t^{\vartheta_k - \mu} \frac{d\tau}{[\varepsilon_k^{(0)}(t, w, \tau)]^2} l_k^{(0)'} X[\tau, t] \right\} C(t)v_e[t, w] = \max_{v_1^2 + v_2^2 + v_3^2 \leq \lambda_2^2} \left\{ \sum_{k=1}^m \int_t^{\vartheta_k - \mu} \frac{d\tau}{[\varepsilon_k^{(0)}(t, w, \tau)]^2} l_k^{(0)'} X[\tau, t] \right\} C(t)v \quad (3.6)$$

$$(\vartheta_{k-1} - \mu \leq t \leq \vartheta_k - \mu; \quad k = 1, \dots, m).$$

Стратегии первого игрока, обеспечивающие сближение всех движений  $w(t)$  к множествам  $M_k$  ( $k=1, \dots, m$ ) не позже, чем к моментам времени  $\vartheta_k$  ( $k=1, \dots, m$ ) при  $\varepsilon_k^{(0)}(t, x_0, x_1, \dots, x_{k-1}, \{\vartheta_k\}) > C_1$ , определяется из условия

$$\sum_{k=1}^m l'_k X[\vartheta_k, t] B(t) u_e = \min_{u_1^2 + u_2^2 + u_3^2 \leq \lambda^2} \sum_{k=1}^m l'_k X[\vartheta_k, t] B(t) u. \quad (3.7)$$

Ясно, что целью второго игрока является прицеливание стохастического движения (2.4) на построенный поводырь. Такая стратегия второго игрока обеспечит гарантированный результат при самом упорном сопротивлении первого.

Предполагая, что  $l_{k2} = l_{k4} = l_{k6} = 0$  ( $k=1, \dots, m$ ), гипотетическое рас- согласование будет таким:

$$\varepsilon_k^{(0)}(t, w, \vartheta_k) = [A_{k1}^2(t, w, \vartheta_k) + A_{k3}^2(t, w, \vartheta_k) + A_{k5}^2(t, w, \vartheta_k)]^2 + (\lambda_2 - \lambda_1) h_k(t, \vartheta_k) - a_k, \quad (3.8)$$

где

$$A_{k,2i-1}(t, w, \vartheta_k) = w_{2i-1}(t) \cos \omega(\vartheta_k - t) + w_{2i}(t) \frac{1}{\omega} \sin \omega(\vartheta_k - t) \quad (i=1,2,3),$$

$$h_k(t, \vartheta_k) = \frac{1}{\omega} \int_t^{\vartheta_k} \sin \omega(\vartheta_k - \tau) d\tau.$$

При минимизации  $\varepsilon_k^{(0)}(t, w, \vartheta_k)$  по  $\vartheta_k$  получаем те моменты времени  $\vartheta_k$ , при которых первый игрок впервые стремится приблизить движение системы к множествам  $M_k$ , а второй – уклонить.

Согласно (3.6) и (3.7), стратегии первого и второго игроков, разрешающие задачу 1 и задачу 2, соответственно будут

$$u_{ke}(t, w, \vartheta_1, \dots, \vartheta_m) = \frac{\lambda_1 B_k(\cdot)}{\sqrt{B_1^2(\cdot) + B_2^2(\cdot) + B_3^2(\cdot)}}, \quad (3.9)$$

$$v_{ke}(t, w, \vartheta_1, \dots, \vartheta_m) = \frac{\lambda_1 C_k(\cdot)}{\sqrt{C_1^2(\cdot) + C_2^2(\cdot) + C_3^2(\cdot)}}, \quad (3.10)$$

где

$$B_i(t, w, \vartheta_1, \dots, \vartheta_m) = \sum_{k=1}^m b_i(t, w, \vartheta_k) \sin \omega(\vartheta_k - t),$$

$$C_i(t, w, \vartheta_1, \dots, \vartheta_m) = \sum_{k=1}^m \int_t^{\vartheta_k} \frac{b_i(t, w, \vartheta_k) \sin \omega(\tau - t)}{[\varepsilon_k^{(0)}(t, w, \tau)]^2} d\tau,$$

$$b_i(t, w, \vartheta_k) = \frac{1}{\omega} \frac{A_{k,2i-1}(t, w, \vartheta_k)}{\sqrt{A_{k1}^2(\cdot) + A_{k3}^2(\cdot) + A_{k5}^2(\cdot)}} \quad (i=1,2,3).$$

Подставляя полученные выражения для первого и второго игроков (3.9) и (3.10) в уравнение движения поводыря, которое соответствует (1.3) и имеет вид (3.1), и интегрируя их при соответствующих начальных условиях, будем иметь движение точки поводыря  $w(t)$ .

Получена оценка, позволяющая определить величину расстояния фазового состояния системы от поводыря в любой момент времени:

$$\rho^2\left(t_* + \sum_{i=1}^{k+1} \delta_i\right) \leq \rho^2(t_*) e^{2\nu \sum_{i=1}^{k+1} \delta_i} + \frac{1}{2\nu} [\varphi(\delta_1) + cd\varepsilon_1] \left( e^{2\nu \sum_{i=1}^{k+1} \delta_i} - e^{2\nu \sum_{i=2}^{k+1} \delta_i} \right) + \frac{1}{2\nu} \sum_{j=2}^{k+1} [\varphi(\delta_j) + cd\varepsilon_j] \left( e^{2\nu \sum_{i=j}^{k+1} \delta_i} - 1 \right), \quad (3.11)$$

где  $\rho(t)$  – евклидова норма вектора  $w(t) - x[t]$ ,  $\delta_i = \tau_i - \tau_{i-1}$ ,

$$\left\| \hat{x}\left(t_* + \sum_{i=1}^{j-1} \delta_i\right) - x\left(t_* + \sum_{i=1}^{j-1} \delta_i\right) \right\| \leq \varepsilon_j, \quad \varepsilon_j > 0, \quad \varphi(\delta_j) \rightarrow 0 \text{ при } \delta_j \rightarrow 0,$$

$$c = \|C\| = \sqrt{3}, \quad \nu = \|A\| = \sqrt{3(\omega^4 + 1)}, \quad d = \max_{v_1, v_2 \in Q} \rho(v_1, v_2) = \lambda_2.$$

$x_*$  есть истинное положение системы, а  $\hat{x}_*$  – положение системы, измеренное с ошибкой.

Кафедра теоретической механики

Поступила 03.07.2002

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Граздовский Г.Л., Иванов Ю.Н., Токарев В.В. Механика космического полета. Проблемы оптимизации. М.: Наука, 1975.
2. Красовский Н.Н. Управление динамической системой. М.: Наука, 1985.
3. Габриелян М.С., Барсегян В.Р. – Ученые записки ЕГУ, 1994, № 2.
4. Габриелян М.С., Барсегян В.Р., Симонян Т.А. – Ученые записки ЕГУ, 1996, № 1.
5. Барсегян В.Р., Симонян Т.А. – Изв. НАН РА, Механика, 2000, т. 53, № 4.
6. Красовский Н.Н., Субботин А.И. Позиционные дифференциальные игры. М.: Наука, 1974.
7. Габриелян М.С. – Ученые записки ЕГУ, 1976, №3.

Վ.Ռ. ԲԱՐՍԵՂՅԱՆ, Թ.Ա. ՄԻՄՈՆՅԱՆ

ՄՈՏԵՑՄԱՆ ԵՎ ԸՆԴՍԱՆ ԱՏՈՒԱՍՏԻԿ ԴԻՖԵՐԵՆՑԻԱԼ ԽԱՂ  
ՄԻ ԶԱՆԻՆՊԱՏԱԿԱՅԻՆ ԲԱԶՄՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ԴԵՊՋՈՒՄ  
ՀԱՄԱՍԵՆ ԿԵՆՏՐՈՆԱԿԱՆ ԴԱՇՏՈՒՄ

#### Ամփոփում

Դիտարկված է համասեռ կենտրոնական դաշտում մի քանի մպատակային բազմությունների դեպքում շեղման և մոտեցման դիֆերենցիալ խաղ ստոխաստիկ մասնակի ծրագրային ստրատեգիաների դասում, երբ խաղը ընթանում է նեղ սֆերիկ շերտերում: Խաղացողների ստրատեգիաները ձևավորվում են դիրքերի չափումների անճշտությունների հիման վրա: Կառուցված են առաջին և երկրորդ խաղացողների ստրատեգիաները բացահայտ տեսքով: Բերված է ուղղորդից համակարգի իրական ֆազային վիճակի շեղման գնահատականը ժամանակի ցանկացած պահի համար:

STOCHASTIC DIFFERENTIAL GAME OF RAPPROCHEMENT-  
DEVIATION FOR SEVERAL TARGET SETS IN HOMOGENEOUS  
CENTRAL FIELD

Summary

The differential game of rapprochement–deviation for several target sets is considered with the collection of stochastic and partially programmable strategies in the homogeneous central field, when the game takes place in thin spherical stratum. The strategies of players are formed on the basis of random variables that appear in the process of measurements of the position. The strategies of the first and second players are constructed in an exact form. The bound for the distance between the true phase state of the system and the guide is obtained for every time moment.

УДК 548.732

А.А. МАРТИРОСЯН, В.Н. АГАБЕКЯН, П.А. ГРИГОРЯН

## РЕНТГЕНОГРАФИЧЕСКИЕ ИССЛЕДОВАНИЯ ИЗМЕНЕНИЙ КРИСТАЛЛИЧЕСКОЙ ФАЗЫ В ПОЛИЭТИЛЕНТЕРЕФТАЛАТЕ, ПОДВЕРГНУТОМ ТЕРМИЧЕСКОМУ, РАДИАЦИОННОМУ И МАГНИТНОМУ ВОЗДЕЙСТВИЯМ

В работе исследуется зависимость надмолекулярной структуры полиэтилентерефталата (ПЭТФ) от температуры нагрева  $T < T_{пл}$  и времени ее воздействия.

Показано, что при температуре  $80^{\circ}\text{C}$  в течение 1 ч. в полимере максимально увеличивается степень кристалличности, в то время как в литературных данных это явление наблюдается при  $T=110^{\circ}\text{C}$ .

При воздействии магнитного поля в ПЭТФ возникают крупные кристаллические образования размером  $10^{-5}\text{см}$ .

Радиационное облучение  $\alpha$ - и  $\gamma$ -лучами приводит к разрушению кристаллической фазы и к увеличению аморфной.

Многие полимеры, благодаря своим исходным физико-механическим свойствам – прочности, эластичности, стойкости и т.д., применяются в разных отраслях народного хозяйства. Однако эти свойства могут меняться под воздействием окружающей среды, что в свою очередь приводит к ухудшению их физических параметров.

Как известно [1–4], вышеназванные свойства полимеров определяют во многом складывающейся надмолекулярной структурой.

**Методика исследований.** В качестве исследуемых образцов были взяты пленки ПЭТФ толщиной 0,25мм. Для контроля получали рентгенограммы от образцов, не подвергнутых какому-либо воздействию.

Для температурных исследований образцы ПЭТФ выдерживались при температурах  $80^{\circ}$  и  $100^{\circ}\text{C}$  (продолжительность воздействия 1 и 2 ч.). Были получены рентгеновские снимки тех же образцов через месяц после термического воздействия. Кроме того, пленки из ПЭТФ подвергались бомбардировке  $\alpha$ -частицами и  $\gamma$ -лучами в течение 6 и 48 ч. в обоих случаях.

Были получены пленки из раствора (растворителем служил дихлорэтан) в обычных условиях и с приложением магнитного поля (3500Э) для исследования воздействия последнего на надмолекулярную структуру ПЭТФ.

Рентгенограммы получались камерой РКСО на рентгеновской установке ИРИС–1 (излучение  $\text{Cu K}\alpha$  и  $\text{Co K}\alpha$ , рентгеновская трубка БСВ–29).

**Результаты исследований.** На рисунках 1, а, б, в и 2, а, б приведены рентгенограммы, полученные при температурах комнатной,  $80^{\circ}$  и  $100^{\circ}\text{C}$  соответственно (время воздействия каждой температуры 1 и 2 ч.).

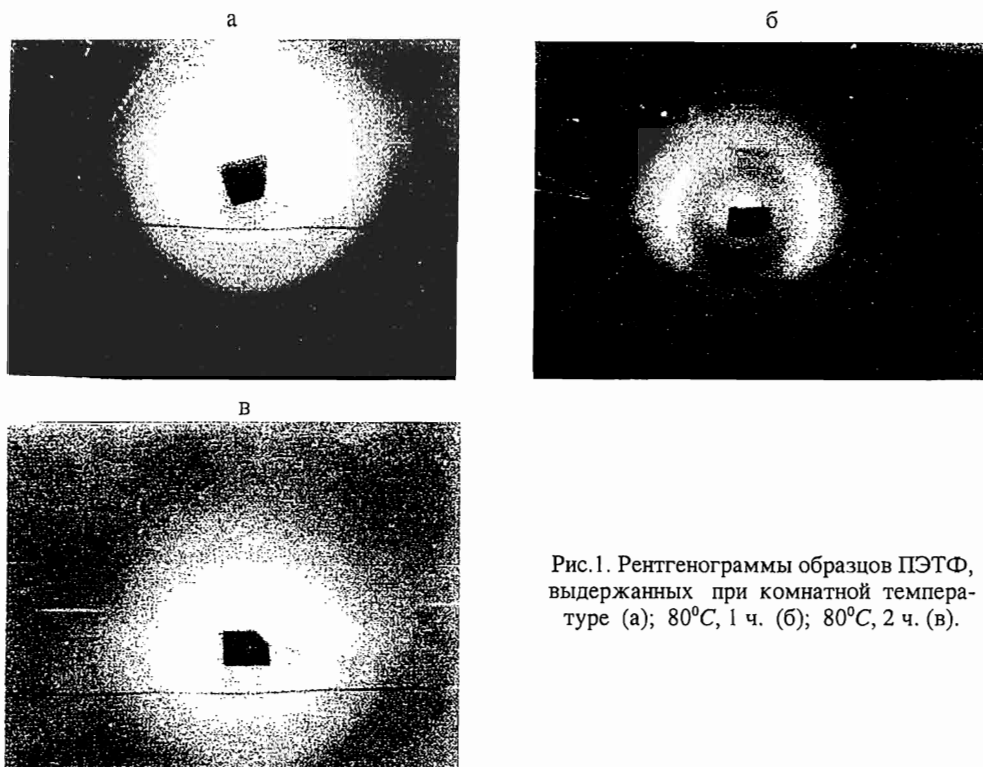


Рис. 1. Рентгенограммы образцов ПЭТФ, выдержанных при комнатной температуре (а);  $80^{\circ}\text{C}$ , 1 ч. (б);  $80^{\circ}\text{C}$ , 2 ч. (в).

Как видно из рис. 1, а, при комнатной температуре в образце ПЭТФ имеются кристаллические образования, дающие дифракционные окружности под углами  $\theta_1 = 9^{\circ}36'$ ,  $\theta_2 = 14^{\circ}40'$ . Судя по размытости первой и второй окружностей, размеры кристаллитов составляют  $10^{-7}$ – $10^{-8}$  мм. Основная масса вещества находится в аморфном состоянии.

При выдержке образца выше  $70^{\circ}\text{C}$  (температура стеклования для ПЭТФ [5]), в данном случае  $80^{\circ}\text{C}$ , в течение 1 ч. максимально увеличивается кристаллическая фаза. Первая дифракционная окружность под углом  $\theta_1 = 9^{\circ}36'$  расщепляется на две хорошо различимые дуги (рис. 1, б,  $\theta_1 = 8^{\circ}40'$ ,  $\theta_2 = 10^{\circ}30'$ ). Кроме того, возникает текстура: угол между вертикалью на пленке (ось технической обработки) и ориентировкой кристаллитов составляет  $\varphi_{cp} = 38^{\circ}$ . Разброс от угла ориентации  $\pm 10^{\circ}$ . Возникновение текстуры можно объяснить подвижностью макромолекул и их стремлением соориентироваться по оси формования пленок ПЭТФ при  $T=80^{\circ}\text{C}$ .

При двухчасовом воздействии той же температуры (рис. 1, в) замечается замедление процесса текстурирования. Это, по-видимому, вызывается еще большим увеличением подвижности макромолекулы ПЭТФ, что и при-

водит снова к нарушению установленного упорядочения кристаллитов по оси ориентации.

При дальнейшем повышении температуры до  $100^{\circ}\text{C}$  дальнейшее нарушение ориентационного расположения кристаллитов ПЭТФ сопровождается уменьшением их размеров, что следует из рис. 2, а, б. Дифракционные кольца расширяются, а фон между ними увеличивается. Происходит уменьшение размеров кристаллитов и увеличение аморфной фазы.

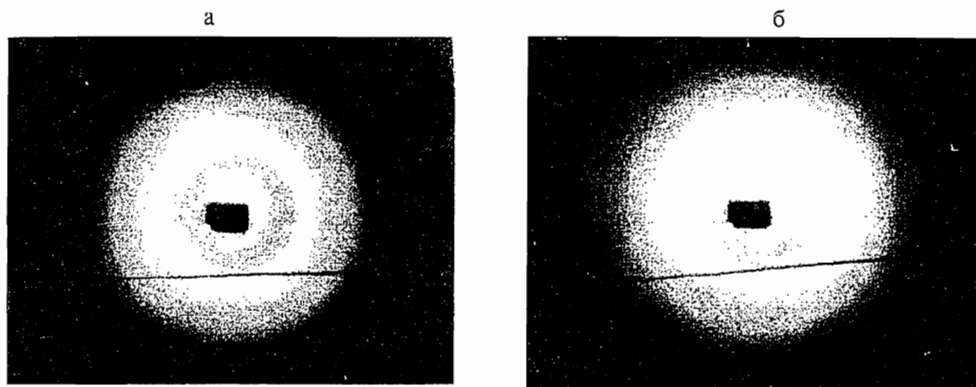


Рис. 2. Рентгенограммы образцов ПЭТФ, выдержанных при  $100^{\circ}\text{C}$ , 1 ч. (а);  $100^{\circ}\text{C}$ , 2 ч. (б).

Как следует из рис. 2, а, процесс деструкции кристаллитов сопровождается поворотом кристаллитов в направлении, перпендикулярном текстуре. Если на образцах, подвергнутых нагреву до  $80^{\circ}\text{C}$  в течение 2 ч., отражающие кристаллиты в основном были ориентированы по оси формования, то в образцах, выдержанных 2 ч. при  $100^{\circ}\text{C}$ , они поворачиваются на  $90^{\circ}$  и располагаются перпендикулярно длинной оси пленки ПЭТФ.

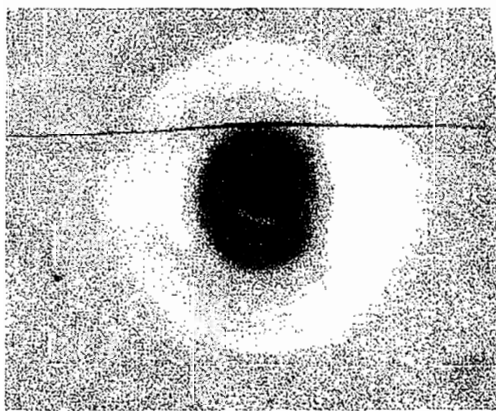


Рис. 3. Рентгенограмма образца ПЭТФ, выдержанного при  $80^{\circ}\text{C}$  1 ч. (через месяц).

Как следует из рис. 3 текстура углубилась, кристаллиты ориентированы в нескольких направлениях (каждая дуга в перпендикулярном оси текстуры направлении, расщепилась на две, интенсивность увеличилась).

Согласно [5], процесс кристаллизации в надмолекулярной организации ПЭТФ ниже  $70^{\circ}\text{C}$  не может протекать сколько-нибудь заметно. Однако наши исследования показали, что процесс кристаллизации продолжается и при комнатной температуре.

Образцы ПЭТФ были также подвергнуты бомбардировке  $\alpha$ -частицами и  $\gamma$ -лучами. Продолжительность облучения по 6 и 48 ч. Полученные рентгенограммы приведены на рис. 5, а, б.

Здесь в обоих случаях излучение приводит к увеличению аморфности ПЭТФ и к деструкции кристаллической фазы, причем  $\gamma$ -излучение больше способствует деструкции кристаллитов. Чем больше продолжительность излучения, тем глубже эти процессы. Разность в воздействии  $\alpha$ - и  $\gamma$ -лучей на структуру ПЭТФ можно объяснить тем обстоятельством, что разрушительное влияние  $\alpha$ -частиц на надмолекулярную структуру ПЭТФ, ввиду их чрезвычайной малости, невелико. Вероятность столкновения этих частиц с атомами ПЭТФ при межатомных расстояниях порядка  $10^{-10}$  мала.

А  $\gamma$ -лучи, обладающие высокой энергией и длиной волны порядка  $10^{-11}$  м, имеют большую вероятность соударения и разрыва атомных связей. Это приводит к большей деструкции надмолекулярной организации ПЭТФ (рис. 4, б). Надо заметить, из-за возникновения радикалов разрушенные связи сшиваются, что также приводит к увеличению аморфности образца.



Рис.4. Рентгенограммы образцов ПЭТФ, облученных по 48 ч.:  $\alpha$ -частицами (а),  $\gamma$ -лучами (б).

Далее сняты рентгенограммы от образцов, полученных вне и под воздействием магнитного поля (рис.5, а, б). Как видим из рисунков, в надмо-



Рис. 5. Рентгенограммы образцов ПЭТФ, полученных вне (а) и под действием магнитного поля (б) (3500Э).



лекулярной структуре ПЭТФ, выпаренного под влиянием магнитного поля, образуются кристаллиты размером  $10^5$ – $10^4$  см. Это можно объяснить тем обстоятельством, что ПЭТФ является парамагнетиком. При помещении в магнитное поле макромолекулы стараются расположиться по направлению вектора индукции, что и приводит к укрупнению кристаллитов. Изменение надмолекулярной организации ПЭТФ видно и визуально.

Обобщая вышеизложенное, можно сделать следующие выводы.

1. В отличие от данных [5], при нагревании ПЭТФ выше  $T_{ст}$  ( $80^\circ\text{C}$  в течение 1 ч. воздействия) в полимере максимально увеличивается степень кристалличности. Одновременно происходит ее текстурирование.

2. С увеличением температуры и времени воздействия размеры кристаллитов уменьшаются – увеличивается доля аморфной фазы.

3. Облучение  $\gamma$ -лучами приводит к деструкции надмолекулярной организации – наблюдается увеличение аморфной фазы с уменьшением кристаллической.

4. Магнитное поле приводит к образованию крупных кристаллитов размером  $10^5$  мм.

Кафедра физики твердого тела

Поступила 14.09.2002

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Тагер А.А. Физико-химия полимеров. М.: Изд-во Химия, 1978.
2. Новейшие методы исследования полимеров (Под. ред. Б. Ки). М.: Изд-во Мир, 1966.
3. Манделькерн Л. Кристаллизация полимеров. М.: Изд-во Химия, 1966.
4. Гинзбург Б.М., Султанов Н. – Высоком. соедин., 2001, т. 43, № 4, с. 674–682.
5. Джейл Ф.Х. Полимерные монокристаллы. М.: Изд-во Химия, 1968.

Ա.Հ. ՄԱՐՏԻՐՈՍՅԱՆ, Վ.Ա. ԱՂԱԲԵԿՅԱՆ, Պ.Ա. ԳՐԻԳՈՐՅԱՆ

ՁԵՐՄԱՅԻՆ, ՃԱՌԱԳ-ԱՅԹ-ԱՅԻՆ ԵՎ ՄԱԳՆԻՍԱԿԱՆ  
ԱԶԳԵՅՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ԵՆԹԱՐԿԱԾ ՊՈԼԻԷԹԻԼԵՆՏԵՐՖՏԱԼԱՏԻ  
ԲՅՈՒՐԵՂԱՅԻՆ ՓՈՒԼԻ ՓՈՓՈԽՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ  
ՌԵՆՏԳԵՆԱԳՐԱՅԻՆ ՈՒՍՈՒՄՆԱՍԻՐՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԸ

#### Ա մ փ ո փ ո մ

Աշխատանքում ուսումնասիրված է պոլիէթիլենտերֆտալատի (ՊԵՏՖ) վերնոլեկուլային կառուցվածքի կախվածությունը ջերմաստիճանից և դրա ազդեցության տևողությունից: Յույց է տրված, որ  $80^\circ\text{C}$ -ի 1 ժ. ազդեցության դեպքում ՊԵՏՖ-ում դիտվում է բյուրեղային փուլի մեծագույն աճ, ի տարբերություն գրականության տվյալների, որոնց համաձայն լավագույն բյուրեղացման ջերմաստիճանը  $110^\circ\text{C}$  է:

Մագնիսական դաշտի ազդեցության դեպքում ՊԵՏՖ-ում առաջանում են խոշոր բյուրեղային կազմավորումներ  $10^5$  սմ չափի:

$\alpha$  - և  $\gamma$  -ճառագայթների ազդեցությունը հանգեցնում է եղած բյուրեղա-  
յին փուլի քայքայմանը և ամորֆ փուլի աճին:

A.H. MARTIROSIAN, V.N. AGHABEKIAN, P.A. GRIGORIAN

X-RAY INVESTIGATIONS OF CRYSTALLINE PHASE IN  
POLYETHILENTEREFTALAT SUPERMOLECULAR STRUCTURE  
INFLUENCED BY THE THERMAL , RADIATION AND MAGNETIC  
EFFECTS

Summary

The temperature dependence of the polyethilentereftalat supermolecular structure is investigated. It is shown, that the most crystalline phase is formed at  $80^{\circ}C$  temperature (1 hour) inlike the literature data according to which the most crystalline phase is formed at  $110^{\circ}C$  .

Crystalline formations size  $10^{-5} cm$  are formed in polyethilentereftalat at the magnetic field influence.

$\alpha$  - and  $\gamma$  -radiation influences destroy the crystalline phase and increase the amorphous phase.

УДК 678.046.3

А.О. НОРАВЯН, Р.А. КАРАМЯН, Р.Т. МКРТЧЯН, С.К. ГРИГОРЯН, М.Л. ЕРИЦЯН

## МОДИФИКАЦИЯ ПОЛИВИНИЛАЦЕТАТНОЙ ВОДНОЙ ДИСПЕРСИИ ПРОДУКТАМИ РАЗЛОЖЕНИЯ КАОЛИНИТА

Исследованы разложения каолинита водными растворами минеральных кислот. Показана модифицирующая способность расщепленных продуктов ортофосфорной кислотой при разработке водно-дисперсионных клеев на основе поливинилацетатной водной дисперсии.

Поливинилацетатная водная дисперсия (ПВАД) и композиционные материалы на их основе находят широкое применение в различных отраслях народного хозяйства [1–4]. Несмотря на то, что клеи на основе ПВАД отличаются универсальностью для склеивания материалов различной природы, их применение из-за невысокой водостойкости клеевого шва ограничивается.

Проблема модификации клеев на основе ПВАД для повышения водостойкости клеевого шва и увеличения срока службы склеенных ими изделий чрезвычайно важна. Поэтому рекомендуется (см. [5]) использовать ряд бифункциональных органических кислот, а также ангидриды многоосновных кислот, некоторые активные соли аммония, алюминия, оксиды металлов, жидкое стекло и др.

Известно, что каолин как активный наполнитель широко используется в клеевых композициях, в частности в клеях на основе ПВАД [4].

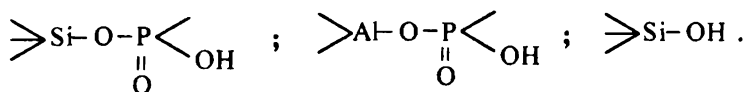
Ставилась задача в присутствии минеральных кислот проводить расщепление каолинитного цикла и продукты расщепления использовать в качестве активных добавок в клеях на основе ПВАД.

Согласно В.И. Вернадскому [6], каолинитный цикл представляется в виде



Расщепления активированного каолинитного цикла проводились 20%-ым и 60%-ым водными растворами соляной и ортофосфорной кислот.

В первом случае образуются  $\text{Si}(\text{OH})_4$  и  $\text{Al}(\text{OH})_3$ , во втором – смесь продуктов, содержащих функциональные группы



Расщепленные ортофосфорной кислотой продукты использованы в качестве активных добавок в клеях на основе ПВАД.

Как известно, в промышленности в качестве эмульгатора при производстве ПВАД в основном используется поливиниловый спирт (ПВС).

С учетом того, что расщепленные продукты (Пр) содержат активные функциональные ОН-группы, они могут участвовать в реакции как со спиртовыми ОН-группами в ПВС, так и с ацетатными группами в ПВАД.

Для установления указанного факта проведена реакция между 10%-ым водным раствором ПВС и Пр. Данное взаимодействие проведено как при комнатной температуре, так и при температуре 96–98°C. Модифицированный ПВС исследован ИК-спектроскопией. На ИК-спектрах обнаружены полосы поглощения в областях ( $\text{см}^{-1}$ ) 1090–1100 (-Si-O-C-), 1190–1240 (-P-O-C-), 1030 [-OR(O)O-], 1045–1055 (-Si-O-P-), 1300–1350 (=P=O), 845–860 [-OR(O)OAl-], 3200–3500 (-ОН).

В дальнейшем проводились совмещения ПВАД с Пр, а полученная композиция в качестве клея использовалась для склеивания субстратов из дерева при комнатной температуре.

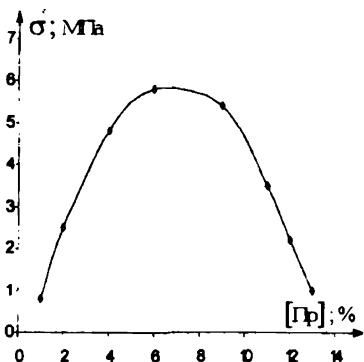


Рис. 1. Зависимость прочности клеевого шва на сдвиг от содержания продуктов расщепления каолинита.

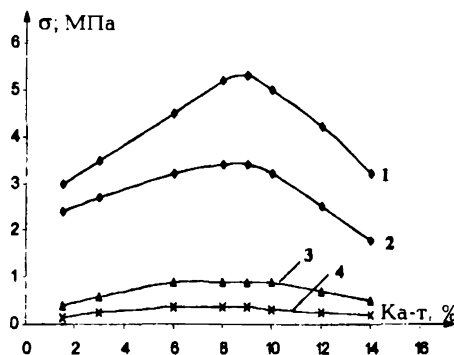


Рис. 2. Зависимость прочности клеевого шва на сдвиг и его водостойкость от содержания каолинита: с активированным каолинитом (1, 3) и с неактивированным каолинитом (2, 4) до (1, 2) и после (3, 4) выдержки в воде.

Как показывает приведенная на рис. 1 зависимость, оптимальное количество модификатора по массе в составе клея составляет 4–9%. Выше указанного предела не только снижаются прочности склеек, но и значительно ухудшается жизнеспособность самого клея (через 10ч переходит в творожное состояние). Наблюдаемый эффект говорит в пользу того, что Пр способны при комнатной температуре вступить в реакции сшивания с основными компонентами ПВАД.

Для определения эффективности активированного каолинита (Ка-т) в качестве наполнителя в составе клея на основе ПВАД проводились сравнительные испытания клеев: в одном случае с активированным Ка-т, в другом – с его неактивированной формой. Склеивания образцов проводились при комнатной температуре. Эти данные приведены на рис. 2.

Следует отметить, что проверялись водостойкость склеенных субстратов погружением в холодную воду в течение 48 часов и их остаточная прочность на сдвиг.

Проводились исследования влияния отношений Пр на активированный и неактивированный Ка-т на прочность и водостойкость клеевых швов соответственно. В полученных композициях концентрация Пр=4,5% от ПВАД. Склеивание субстратов проводилось при комнатной температуре. Результаты исследований отражены на рис. 3, откуда видно, что активированный Ка-т, по сравнению с его обычной неактивированной формой, значительно улучшает как прочностные показатели клеевого шва, так и его водостойкость.

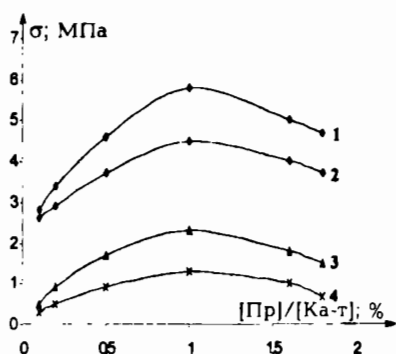


Рис. 3. Зависимость прочности клеевого шва на сдвиг от массового содержания Пр/Ка-т: с активированным каолинитом (1, 3) и с неактивированным каолинитом (2, 4) до (1, 2) и после (3, 4) выдержки в воде.

Отсюда следует, что свободные гидроксильные группы в активированном каолините более реакционно-способны при их взаимодействии как с Пр, так и с ацетатными группами в ПВАД.

Для улучшения технологичности и повышения прочностных показателей клеев на основе ПВАД в состав разработанных клеев дополнительно ввели водный раствор ПВС (согласно [7, 8]) и исследовали физико-механические свойства этих композиций (см. таблицу).

Из таблицы видно, что как Пр, так и активированный Ка-т совместно с ПВС значительно улучшают проч-

ностные и водостойкие показатели клеевого шва. Эти результаты дают нам возможность клеевую композицию, приведенную в строке VIII, рекомендовать для приклеивания деревянных материалов в тропических условиях.

**Экспериментальная часть.** ИК-спектры продуктов сняты в вазелиновом масле, модифицированных полимеров – из пленок на спектрофотометре UR-20. Используются ПВС марки 16/1, ПВАД марки ДФ 47/7С по ГОСТу 18992-80, Ка-т по ГОСТу 19608-74. Прочность на сдвиг проведена согласно ГОСТу 14759-69. Водостойкость определена по ГОСТу 17005-82. В качестве субстратов для склеивания использованы образцы из дуба.

**Активация каолинита.** Термостойкий бюкс с 20г Ка-т помещают в терморегулируемую муфельную печь и нагревают до 750-800°C. При этой температуре оставляют на 4,5-5 часов. В печи остывший активированный Ка-т, отличающийся гидроscopicностью, переносят в чашку Петри и ставят в эксикатор с обезвоженным BaSO<sub>4</sub>.

*Состав и свойства клеев на основе ПВАД*

№	Компоненты клеев, параметры, условия испытаний	Компоненты (масс. %) и результаты испытаний				
		клеевые составы				
		1	2	3	4	5
I	ПВАД марки ДФ 47/7С	85,5	81,0	81,0	81,0	81,0
II	10%-ый водный раствор ПВС марки 16/1	10,0	10,0	10,0	10,0	10,0
III	Ка-т активированный	–	9,0	4,5	–	2,25
IV	Ка-т неактивированный	–	–	–	4,5	2,25
V	продукт Пр	4,5	–	4,5	4,5	4,5
VI	прочность на сдвиг (МПа) склеенных образцов при 20°C 120°C	5,6	6,4	6,5	5,4	5,7
		8,0	7,0	8,6	7,1	7,7
VII	прочность на сдвиг (МПа) склеенных образцов при 20°C после выдержки в холодной воде, часы: 12 24 48	4,1	3,4	4,7	4,0	4,2
		3,6	2,6	3,9	3,8	3,7
		2,8	1,5	3,2	2,5	3,0
VIII	прочность на сдвиг (МПа) склеенных образцов при 120°C после выдержки в холодной воде, часы: 12 24 48	6,1	5,8	6,9	5,3	6,3
		5,5	4,0	6,0	4,7	5,4
		4,3	3,2	5,5	3,8	4,7

*Расщепление каолинита ортофосфорной кислотой.* В реактор с обратным холодильником и мешалкой заливают 0,5л 60%-го водного раствора ортофосфорной кислоты и нагревают до 80–85°C. Затем постепенно в течение 10–15 мин. прибавляют 20г (0,026моль) Ка-т. Не прекращая перемешивать, температуру в реакторе поднимают до кипения раствора. При этой температуре процесс продолжают до растворения каолинита (3,5–4ч), после чего раствор охлаждают и фильтруют. Из фильтрата отгонкой удаляют воду, осадок неоднократно промывают водно-ацетоновой смесью (1:1) и этиловым спиртом. Белое кристаллическое вещество сушат под вакуумом (3,5–4мм рт. ст.) при 75–80°C до постоянной массы. Выход 37–40% (по Ка-т).

*Взаимодействие ПВС с Пр.* В реактор с 35мл 10%-го водного раствора ПВС загружают 3,5г продукта и при комнатной температуре (в других опытах температура в реакторе доводилась до 96–97°C) интенсивным перемешиванием процесс проводят 4,5–5 ч. После чего полимер высаживают в ацетон и сушат в вакуумном сушильном шкафу (3,5–4мм рт. ст.) при 45–50°C до постоянной массы. Затем растворяют в воде и на стекле методом полива получают прозрачную эластичную пленку различной толщины.

*Приготовление клеевых композиций.* Компоненты клея тщательно перемешивают при комнатной температуре до получения однородной массы (без комков и сгустков), оставляют на сутки для созревания, после чего клей можно использовать.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Пат. 19728555 (1999), Германия – РЖХим. 1999, 16Т 211П.
2. Пат. 9711542 (1998), Россия – БИ, 1998, № 31.
3. Пат. 2137795 (1999), Россия – БИ, 1999, № 22.
4. Мовсисян Э.А., Шахвердян З.С., Марашян Ж.С., Устян Л.О., Мовсисян Г.В. А.С. 589780 (1998), СССР – БИ, 1998, № 28.
5. Корочков В.А. – Деревообрабатывающая промышленность, 1989, № 12, с. 10
6. Вернадски В.И., Курбатов С.М. Земные силикаты и алюмосиликаты и их аналоги. Л.-М.: ОНТИ, 1937.
7. Ерицян М.Л., Карамян Р.А., Неговорина Т.Г., Сардарян Н.А. А.С.810749 (1980), СССР – БИ, 1980, № 9.
8. Ерицян М.Л., Карамян Р.А., Неговорина Т.Г., Исаева Т.А. А.С.738376 (1980), СССР – БИ, 1980, № 9.

Ա.Հ. ՆՈՐԱՎՅԱՆ, Բ.Ա. ԶԱՐԱՄՅԱՆ, Բ.Տ. ՄԿՐՏՉՅԱՆ, Ս.Կ. ԳՐԻԳՈՐՅԱՆ,  
Մ.Լ. ԵՐԻՏՅԱՆ

### ԿԱՈՒԼԻՆԻՏԻ ԶԱՅԶԱՅՄԱՆ ՆՅՈՒԹԵՐՈՎ ՊՈԼԻՎԻՆԻԼԱՑԵՏԱՏԱՅԻՆ ԶՐԱՅԻՆ ԴԻՍՊԵՐՍԻԱՅԻ ՄՈԴԻՖԻԿԱՑԻԱՆ

#### Ամփոփում

Ուսումնասիրվել է կաոլինիտի քայքայումը հանքային թթուների ջրային լուծույթով:

Ցույց է տրվել օրտոֆոսֆորական թթվով ճեղքված նյութերի մոդիֆիկացնող ընդունակությունը պոլիվինիլացետատային ջրային դիսպերսիայի հիման վրա ջրակայուն սոսինձների մշակման ժամանակ:

A.H. NORAVYAN, R.A. KARAMYAN, R.T. MKRTTCHAN, S.K. GRIGORYAN,  
M.L. YERITSYAN

### MODIFICATION OF POLYVINYL ACETATE AQUEOUS DISPERSION BY THE DECOMPOSITION OF KAOLIN

#### Summary

Splitting of kaolinite by the aqueous solutions of mineral acids was investigated. The modifying ability of the split products by ortofosforic acid during the development of water-resistant glues is shown on the basis of polyvinyl acetate aqueous dispersion.

*Химия*

УДК 541.11.532:546.562

К.Р. ГРИГОРЯН, М.С. ЕНГИБАРЯН

## ФИЗИКО-ХИМИЧЕСКИЕ СВОЙСТВА КОНЦЕНТРИРОВАННЫХ РАСТВОРОВ $\text{CuCl}_2$ В ВОДНО-ОРГАНИЧЕСКИХ СМЕШАННЫХ РАСТВОРИТЕЛЯХ

Методами калориметрии, вискозиметрии и электропроводности изучены концентрированные растворы  $\text{CuCl}_2$  (0,01–0,06 моль/л) в смешанных растворителях вода–диметилсульфоксид, вода–диэтилсульфоксид, вода–ацетон при 298K и содержании неводного компонента, доходящего до 0,4 мольной доли.

Физико-химические свойства этих систем зависят как от сольватированного состояния ионов, так и от структурных особенностей смешанного растворителя.

Сольватация ионов в водно-органических смешанных растворителях определяется не только ион-ионными и ион-молекулярными, но и межмолекулярными взаимодействиями, которые в большой степени зависят от характера органического компонента смешанного растворителя. Изменение состава последнего отражается на состоянии сольватированных ионов и влияет на конкурирующие взаимодействия, происходящие между частицами [1]. С другой стороны, характер этих взаимодействий зависит и от концентрации растворенного вещества. В работах [2–4] опубликованы данные по термодинамическому и спектральному анализу сольватации лития, меди (II), алюминия (III) в воде, диметилсульфоксиде (ДМСО) и их смесях во всем интервале составов смешанного растворителя при малых содержаниях электролита. Согласно этим работам, при переходе от воды к водно-сульфоксидным растворам энергетически более выгодным становится взаимодействие  $\text{Cu}^{2+}$  с ДМСО, что хорошо согласуется с выводами авторов работ [5, 6].

Координирующие (донорно-акцепторные) свойства смешанного растворителя главным образом зависят от типа и концентрации органического составляющего водно-органического смешанного растворителя. Для выяснения особенностей сольватационных процессов в зависимости от типа органи-



ческого вещества и от концентрации электролита в настоящей работе нами изучены физико-химические свойства концентрированных растворов  $\text{CuCl}_2$  в смешанных водно-органических растворителях, где в качестве органического компонента взяты ДМСО, диэтилсульфоксид (ДЭСО), ацетон.

**Экспериментальная часть.** Измерения энтальпий растворения хлорида меди (II) проводили на адиабатическом калориметре «Pan 1455 Solution Calorimeter». Константу калориметра определяли по растворению TRIS [трис-(гидроксиметил)-аминиметана] в воде. Электропроводность измеряли на приборе «Hewlett Packard 4265B», а относительную вязкость с помощью вискозиметра «Уббелодзе». Растворы термостатировали 10–15 минут. Все измерения проводили при 298K. Полученные данные были обработаны с использованием программы Origin 5.0. Приведенные значения измеренных величин представляют собой среднее значение из трех-пяти опытов с точностью до 0,5%. Содержание органического компонента варьировалось до 0,4 мольной доли (м.д.). Область концентраций  $\text{CuCl}_2$  составляла 0,01–0,06 моль/л. Использовали хлорид меди ч.д.а. ДМСО и ацетон очищали по методике, описанной в [1]. ДЭСО синтезировали и очищали согласно [7].

### Обсуждение результатов.

**Система  $\text{CuCl}_2$ -ДАСО- $\text{H}_2\text{O}$ .** Калориметрическим методом определены интегральные энтальпии растворения  $\text{CuCl}_2$  в воде и смешанном растворителе вода-ДМСО. Результаты приведены на рис. 1, откуда видно, что ход кривых не меняется с увеличением содержания  $\text{CuCl}_2$ . При переходе от воды к водно-сульфоксидным растворам с повышением концентрации ДМСО наблюдается рост экзотермичности растворения  $\text{CuCl}_2$ . Это свидетельствует о том, что процесс пересольватации ионов происходит постепенно во всем интервале составов смешанного растворителя.

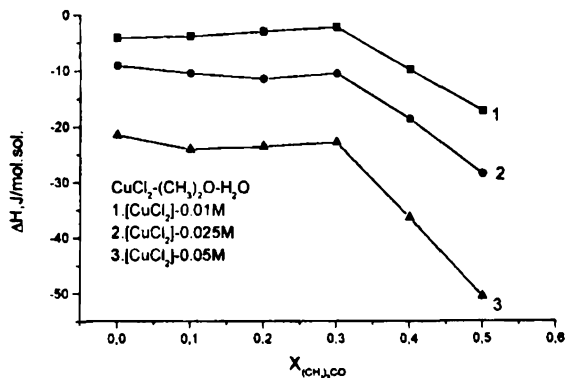


Рис. 1. Изотермы зависимости энтальпии растворения  $\text{CuCl}_2$  в системе  $\text{H}_2\text{O}$ -ДМСО от м. д. ДМСО.

В таблице приведены концентрационные зависимости электропроводности и вязкости систем  $\text{CuCl}_2$ -ДМСО- $\text{H}_2\text{O}$  и  $\text{CuCl}_2$ -ДЭСО- $\text{H}_2\text{O}$ . С повышением концентрации электролита электропроводность и вязкость этих систем увеличиваются. Повышение же концентрации диалкилсульфоксида (ДАСО) приводит к уменьшению электропроводности и увеличению

вязкости, причем с ростом концентрации  $\text{CuCl}_2$  ход кривых становится резким в смесях, более богатых ДАСО ( $X_{\text{ДАСО}} > 0,2$ ). Дальнейшее повышение концентрации ДАСО способствует увеличению концентрации контактных ионных пар  $\text{Cu}^{2+}-\text{Cl}^-$  и выделению комплекса  $\text{CuCl}_2-2\text{ДАСО}$  в виде осадка. Структура и состав комплекса исследованы методами ИК-спектроскопии, а элемент анализа — по методике, описанной в [8]. Этот процесс отражается и

на общей электропроводности систем, которая снижается до определенного предельного уровня. Однако в системе  $\text{CuCl}_2\text{-ДЭСО-H}_2\text{O}$  изменения электропроводности и вязкости более значительны. Возможно, это в случае ДЭСО связано с увеличением радиуса сольватированного иона.

Значения удельной электропроводности и вязкости систем  
 $\text{CuCl}_2\text{-ДМСО-H}_2\text{O}$  и  $\text{CuCl}_2\text{-ДЭСО-H}_2\text{O}$

$[\text{CuCl}_2]=0,01\text{M}$

Мольная доля ДАСО	ДМСО		ДЭСО	
	$\eta_{\text{rel}}$	$\kappa \cdot 10^{-3} \text{ Ом}^{-1} \text{ см}^{-1}$	$\eta_{\text{rel}}$	$\kappa \cdot 10^{-3} \text{ Ом}^{-1} \text{ см}^{-1}$
0	0,97	4,27	0,97	4,25
0,1	1,87	2,04	3,55	1,00
0,2	2,66	1,14	6,25	0,50
0,3	3,14	0,91	7,93	0,25
0,4	3,38	0,80	8,56	0,05

Система  $\text{CuCl}_2\text{-ацетон-H}_2\text{O}$ . Для системы  $\text{CuCl}_2\text{-ацетон-H}_2\text{O}$  определены интегральные энтальпии растворения  $\text{CuCl}_2$  во всем интервале составов

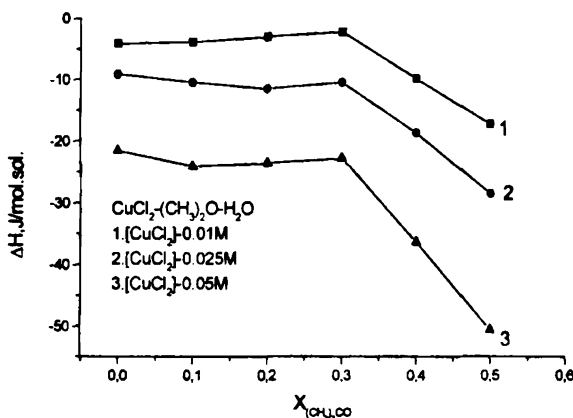


Рис. 2. Изотермы зависимости энтальпии растворения  $\text{CuCl}_2$  в системе  $\text{H}_2\text{O}$ -ацетон от м. д. ацетона.

смешанного растворителя, которая, как видно из рис. 2, в концентрационном интервале до  $X_{\text{ац}} \approx 0,3$  почти не меняется. Из этого можно заключить, что сольватные оболочки ионов формируются исключительно молекулами воды и не зависят от состава смешанного растворителя. Дальнейшее повышение концентрации ацетона приводит к резкому увеличению энтальпии растворения

$\text{CuCl}_2$ , что говорит о включении молекул ацетона в состав сольватной оболочки.

Как видно из рис. 3 ход кривых электропроводности не меняется с повышением концентрации  $\text{CuCl}_2$ . Эти кривые характеризуются экстремумами в концентрационном интервале  $X_{\text{ац}} = 0-0,1$ . Согласно [9], в системе вода-ацетон при переходе от воды к ее смесям с малым содержанием ацетона ( $X_{\text{ац}} \approx 0,05$ ) образуются клатраты типа  $(\text{CH}_3)_2\text{CO} \cdot 17\text{H}_2\text{O}$ , которые с повышением концентрации ацетона разрушаются, чему способствует и повышение концентрации соли. Иначе происходит в смешанных растворителях вода-ДАСО. В [10] рассмотрены вопросы, связанные с ассоциированной структурой водных растворов ДАСО. Показано, что характер межмолекулярных взаимодействий зависит от концентрации ДАСО. При содержании ДАСО до

0,4м.д. структура смешанного растворителя обусловлена взаимодействиями вода–ДАСО, что и отражается на процессах сольватации  $\text{CuCl}_2$ .

В водно-органических средах при низких концентрациях электролита на физико-химические свойства растворов влияет избирательная сольватация ионов. А в концентрированных растворах ( $\text{CuCl}_2$  в водно-органических смешанных растворителях –  $\text{H}_2\text{O}$ –ДМСО,  $\text{H}_2\text{O}$ –ДЭСО,  $\text{H}_2\text{O}$ –ацетон) физико-химические свойства обусловлены как состоянием сольватированных ионов, так и структур-

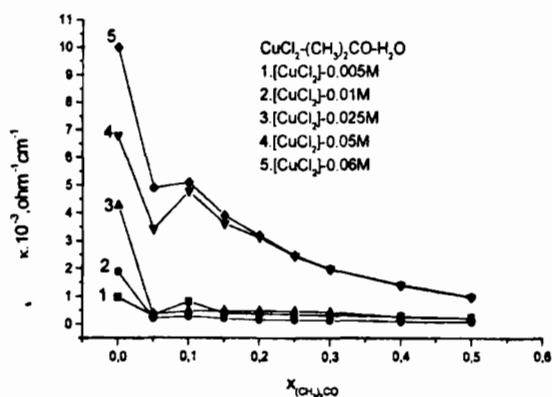


Рис. 3. Изотермы зависимости удельной электропроводности системы  $\text{CuCl}_2$ – $(\text{CH}_3)_2\text{CO}$ – $\text{H}_2\text{O}$ .

ными особенностями этих растворителей. Различие в поведении диалкилсульфоксидов и ацетона, по-видимому, связано с тем, что по своей активности в спектрохимическом ряду последний уступает воде, ДМСО и ДЭСО.

Работа выполнена в рамках проекта А–199–99.

Кафедра физической и коллоидной химии

Поступила 04.04.2002

## ЛИТЕРАТУРА

1. Бургер К. Сольватация, ионные реакции и комплексообразование в неводных средах. М.: Изд-во Мир, 1984, с. 256.
2. Михеев С.В., Шарнин В.А., Шорманов В.А. – Ж. физ. химии, 1993, т. 67, № 9, с. 1776–1778.
3. Markarian S.A., Stockhausen M. – Zeitschrift fur Physikalische Chemie, 2000, v. 214, № 2, s.139–147.
4. Маркарян Ш.А., Григорян К.Р., Арутюнян Р.С. – Ж. физ. химии, 1995, т. 69, № 6, с.990–993.
5. Cox V.G., Natarajan R.G. – Chem. Soc. Faraday Trans., 1979, v. 75, № 1, p. 1780.
6. Fuches R., Jones J.R. – Anal. Calorim., 1977, v. 4, p. 227.
7. Маркарян Ш.А., Тадевосян Н.Ц. Получение и очистка диэтилсульфоксида. Патент РА, № Р20000141.
8. Коновалов Л.В., Кукушкин Ю.Н. – Координац. химия, 1997, т. 23, № 12, с. 942–945.
9. Шарнин В.А., Шорманов В.А., Крестов Г.А. – Химия и хим. технология, 1978, т. 21, №5, с. 679–683.
10. Маркарян Ш.А., Арутюнян Р.С., Григорян В.В., Бейлерян Н.М. – Химия и хим. технология, 1985, т. 28, № 5, с. 679–683.

ՋՈՒՐ-ՕՐԳԱՆԱԿԱՆ ԽԱՌԸ ԼՈՒԾԻՉՆԵՐՈՒՄ ՊՂՆՁԻ (II)  
ՔԼՈՐԻԴԻ ԿՈՆՑԵՆՏՐԻԿ ԼՈՒԾՈՒՅԹՆԵՐԻ ՖԻԶԻԿԱ-  
ՔԻՄԻԱԿԱՆ ՀԱՏԿՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԸ

Ա մ փ ո փ ու մ

Կալորիմետրական, էլեկտրահաղորդականության և մածուցիկաչափական մեթոդներով ուսումնասիրվել են պղնձի (II) քլորիդի կոնցենտրիկ լուծույթները ( $0,01-0,06 \text{ մոլ/լ}$ ) ջուր-դիմեթիլսուլֆոքսիդ (ԴՄՍՕ), ջուր-դիէթիլսուլֆոքսիդ (ԴԷՍՕ), ջուր-ացետոն խառը լուծիչներում  $298 \text{ K}$ -ում օրգանական բաղադրամասի մինչև  $0,4$  մոլային բաժին պարունակության դեպքում:

Այս համակարգերի ֆիզիկաքիմիական հատկությունները կախված են ինչպես իոնների սովատացված վիճակից, այնպես էլ խառը լուծիչի կառուցվածքից:

K.R. GRIGORIAN, M.S. ENGIBARIAN

PHYSICO-CHEMICAL PROPERTIES OF  $\text{CuCl}_2$  CONCENTRATED  
SOLUTIONS IN  $\text{H}_2\text{O}$ -ORGANIC SOLVENT MIXED SOLUTIONS

Summary

By calorimetric, viscosimetric and electroconductometric methods concentric solutions of  $\text{CuCl}_2$  ( $0.01-0.06 \text{ mol/l}$ ) in  $\text{H}_2\text{O}$ -dimethylsulphoxide,  $\text{H}_2\text{O}$ -diethylsulphoxide,  $\text{H}_2\text{O}$ -acetone mixed solutions have been investigated at  $298 \text{ K}$ .

Physicochemical properties of these systems depend not only on solvated state of ions, but on structural peculiarities of mixed solvent too.

*Химия*

УДК 542.61+535.2+546.92+668.814

Н.О. ГЕОКЧЯН, А.А. ЕГИАЗАРЯН, Дж.А. МИКАЕЛЯН, А.Г. ХАЧАТРЯН

### ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ ЙОДИДНОГО КОМПЛЕКСА ПЛАТИНЫ(IV) С ТИАЗИНОВЫМ КРАСИТЕЛЕМ ТЕТРАМЕТИЛТИОНИНОМ В СЕРНОКИСЛОЙ СРЕДЕ

Изучено взаимодействие пентайодоplatината(IV) с органическим основным красителем тиазинового ряда – метиленовым голубым (МГ) в сернокислой среде. Образующийся ионный ассоциат экстрагируется бинарной смесью дихлорэтан (ДХЭ) – четыреххлористый углерод ( $CCl_4$ ) в объемном соотношении 1:1 (по 5мл). Установлены оптимальные условия образования ионного ассоциата пентайодоplatината(IV) метиленового голубого и его экстракции в органическую фазу для кислотности водной фазы, концентрации лиганда и красителя, диапазона определяемых содержаний платины(IV) и избирательности экстракции. Определен состав образующегося ионного ассоциата.

Из основных красителей тиазинового ряда метиленовый голубой (МГ) был применен для определения микрограммовых количеств золота(III) [1–5], палладия(II) [6, 7] и осмия(IV) [8] экстракционно-абсорбциометрическими методами.

Известна также работа, в которой описано определение осмия в виде родонидного комплекса с использованием метиленового синего [9]. Настоящее исследование посвящено разработке экстракционно-абсорбциометрического метода определения микроколичеств платины(IV) тетраметилтионином, который для этой цели используется нами впервые.

**Экспериментальная часть.** Стандартный запасной раствор гексайодоplatината(IV) готовили по методике, описанной в [10]. Раствор бромидкалия готовили из точной навески препарата квалификации х.ч., а водный раствор тетраметилтионина – растворением точной навески препарата красителя квалификации “для микроскопии” в дистиллированной воде. Использовали органические растворители квалификации ч.д.а. и х.ч. (дихлорэтан квалификации ч.) без дополнительной очистки. Объем водной фазы составлял 10мл, органической – 5мл. Равновесные значения рН водной

фазы контролировали милливольтметром РН-121. Спектры поглощения органических экстрактов снимали на спектрофотометре СФ-16.

Нами было установлено, что пентайодоплатинат(IV)-анион образует с МГ соединение, экстрагирующееся различными растворителями и их бинарными смесями. Наиболее эффективным экстрагентом оказалась смесь дихлорэтан (ДХЭ)—четырёххлористый углерод ( $\text{CCl}_4$ ) в объемном соотношении 1:1 (по 5мл), которая обеспечивает максимальную оптическую плотность (ОП) экстрактов ионных ассоциатов и низкую ОП “холостых” экстрактов.

Были сняты спектры светопоглощения экстрактов ионного ассоциата (ИА), “холостых” экстрактов и водного раствора красителя тетраметилтионина. Во всех трех случаях максимум на спектрах светопоглощения наблюдается при одной и той же длине волны – 655нм. Для определения оптимальных условий экстракции была изучена зависимость ОП экстрактов ИА от кислотности водной фазы в интервале от рН 4,0 до 3,0 моль/л по серной кислоте. Кислотность водной фазы регулировали добавлением серной кислоты. Было установлено, что максимальные и постоянные значения ОП экстрактов ИА с МГ наблюдаются при рН 1,0 по  $\text{H}_2\text{SO}_4$ . При всех значениях кислотности максимум на кривых светопоглощения органических экстрактов ИА с МГ наблюдается при длине волны 655нм, что совпадает с максимумом светопоглощения ОП как “холостого” экстракта, так и водного раствора красителя. Это доказывает, что экстрагируемая форма одна и та же и в среде рН, и при высоких значениях кислотности. Максимальное и постоянное значение ОП ИА получается при концентрации 0,4–0,6мл  $10^{-2}$  моль/л раствора йодида калия и 1,4–2,0мл 0,05%-го раствора тетраметилтионина соответственно в конечном объеме водной фазы. Образующийся ионный ассоциат практически количественно извлекается в органическую фазу при однократной экстракции в течение двух минут, степень извлечения  $R=97,7\%$ . ОП экстрактов ИА пентайодоплатината с МГ остается постоянной в течение 50 часов.

Выведена зависимость ОП экстрактов ИА от концентрации платины(IV) в установленных оптимальных условиях с МГ. Из полученных данных выяснилось, что диапазон определяемых содержаний платины(IV) составляет с МГ 2,49–89,59 мкгPt/10мл.

Исходя из калибровочного графика рассчитан средний молярный коэффициент светопоглощения  $\bar{\epsilon}_{\text{МГ } 655} = 7,65 \cdot 10^4 \text{ моль}^{-1} \text{ л, см}^{-1}$ .

Предел обнаружения, рассчитанный по 3S критерию,  $C_{\text{min}}=0,02 \text{ мкг Pt/мл}$  с МГ ( $P=0,95$ ).

Для определения стехиометрического соотношения реагирующих компонентов были использованы данные, полученные из кривой насыщения. Функция прямолинейна при  $n=1$  с МГ. Следовательно, мольное отношение компонентов в образующемся ионном ассоциате пентайодоплатината к катиону МГ равно 1:1. т.е.



Согласно литературным данным, при низких значениях кислотностей водной фазы происходит акватация с превращением аниона гексайодоплатина-

та(IV) в анион пентайодоплатината(IV) и образование ИА по схеме (1). Следовательно, кривые зависимости  $1/V_R^n = f(1/mA)$  прямолинейны только при  $n=1$ . Это свидетельствует о том, что анион пентайодоплатината(IV) взаимодействует с катионом тетраметилтионина в мольном соотношении 1:1.

В установленных оптимальных условиях было изучено влияние посторонних и сопутствующих элементов на избирательность экстракции ИА платины(IV) с МГ в конечном объеме водной фазы.

При определении концентрации платины(IV) 24,88 мкг/10 мл не мешают  $10^4$ -кратные количества цинка,  $10^3$ -кратные – магния, марганца(II), кобальта(II), никеля(II), меди(II), свинца(II), кадмия и алюминия.

Математические статистические результаты разработанного метода приведены в таблице.

$$n=5; \quad P=0,95; \quad t_n=2,78; \quad \lambda = 655 \text{ нм}$$

Содержание платины, мкг		$S = \sqrt{\frac{\sum (A_i - \bar{A})^2 + \dots}{(n-1)}}$	Коэффициент вариации, $\omega = \frac{S}{\bar{A}} \cdot 100\%$	Доверительный интервал, $\bar{A} \pm t_n \cdot S / \sqrt{n}$
введено	найдено			
A	$\bar{A}$			
0,44	0,438	$1,95 \cdot 10^{-2}$	4,45	$0,438 \pm 0,0242$
0,44				
0,45				
0,43				
0,43				

На основании полученных результатов разработан экстракционно-абсорбциометрический метод определения платины(IV) с тетраметилтионином.

Кафедра аналитической химии

Поступила 28.06.2002

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Ducret Z., Maurel H. – Anal. Chem. Acta, 1959, v. 21, № 7, p. 74.
2. Ганчев Н., Атанасова Б. – ЖАХ, 1967, т. 22, вып. 2, с. 274–275.
3. Тараян В.М., Микаелян Дж.А. – Арм. хим. ж., 1968, т. 21, № 10, с. 829–835.
4. Тараян В.М., Микаелян Дж.А. – Арм. хим. ж., 1970, т. 23, № 4, с. 338–342.
5. Микаелян Дж.А. Экстракционно-абсорбциометрическое определение золота(III) в рудах основными красителями: Автореф. дисс. на соискание уч. ст. канд. хим. наук. Ер., 1971, 19 с.
6. Тараян В.М., Микаелян Дж.А. – Арм. хим. ж., 1973, т. XXVI, № 9, с. 720–723.
7. Xu Q., Gu J., Xu X., Zhou Z. – Anal. Chem., 1986, v. 14, № 10, p. 721–724.
8. Геокчян Н.О., Егиазарян А.А., Микаелян Дж.А., Хачатрян А.Г. – Ученые записки ЕГУ, 1999, № 2, с. 126–128.
9. Marczenko Z., Uscinska Y. – Anal. Chem. Acta, 1981, v. 123, p. 271–277.
10. Овсепян Е.Н., Чан Ким-Тьен, Микаелян Дж.А. – ЖАХ, 1983, т. 38, вып. 7, с. 1277–1278.

ՀԵՔՍԱՅՈՂՊԼԱՏԻՆԱՏ(IV)-Ի ՓՈԽԱԶԴԵՑՈՒԹՅԱՆ  
ՈՒՍՈՒՄՆԱՍԻՐՈՒԹՅՈՒՆԸ ԹԻԱԶԻՆԱՅԻՆ ՇԱՐՔԻ ՆԵՐԿԱՆՅՈՒԹ՝  
ՏԵՏՐԱՄԵԹԻԼԹԻՈՆԻՆԻ ՀԵՏ ԾՇՄԲԱԹԹՎԱՅԻՆ ՄԻՋԱՎԱՅՐՈՒՄ

Ա մ փ ո փ ո մ

Հետազոտվել է պլատին(IV)-ի յոդիդային ազիդոկոմպլեքսի փոխազդեցությունը թիազինային շարքի օրգանական հիմնային ներկանյութ՝ տետրամեթիլթիոնինի հետ: Առաջացած միացությունը լուծահանվում է դիքլորէթան – քառաքլորածխածին (1:1) բինար խառնուրդով: Ինչպես գոյացող զուևավոր միացության, այնպես էլ «կույր» էքստրակտների առավելագույն լուսակլանումը դիտվում է 655 *նմ* ալիքի տակ:

Օպտիմալ թթվության պայմաններում (pH 1,0՝ ըստ ծծմբական թթվի) 2 րոպե տևողությամբ միանվագ էքստրակցիայով պլատին(IV)-ը գործնականորեն քանակապես (R=97,7%) լուծահանվում է օրգանական լուծիչի ֆազը: Գոյացող իոնական ասոցիատը կայուն է 50 Ժամ:

Կալիումի յոդիդի օպտիմալ կոնցենտրացիան ապահովվում է 0,4–0,6 *մլ* 10<sup>-2</sup> *մոլ/լ*-ից, իսկ ներկանյութի օպտիմալ կոնցենտրացիան՝ 1,4–2,0 *մլ* 0,05%-ոց լուծույթից:

Գունավոր միացության դիքլորէթան – քառաքլորածխածինային էքստրակտները ենթարկվում են ֆոտոմետրիայի հիմնական օրենքին (Բերրի օրենք) ջրային ֆազում 2,49–89,59 *մկգ/10մլ* պլատին(IV)-ի պարունակության դեպքում: Լուսակլանման թվացող մոլային գործակիցը՝  $\epsilon_{655} = 7,65 \cdot 10^4 \text{ l} \cdot \text{մոլ}^{-1} \cdot \text{սմ}^{-1}$ ;  $C_{\text{սիմ}} = 0,02 \text{ մկգ Pt/մլ}$  (P=0,95):

Ուսումնասիրվել է պլատին(IV)-ի որոշման վրա խանգարիչ և ուղեկցող մի շարք տարրերի ազդեցությունը: Մշակվել է տետրամեթիլթիոնինով պլատինի որոշման էքստրակցիոն-աքստրեցիոնետրական եղանակ:

N.O. GEOKCHYAN, A.A. EGHIAZARYAN, J.A. MICKAELYAN, H.G. KHACHATRYAN

STUDY OF INTERACTION OF HEXAIODOPLATINATE(IV) WITH  
THIAZINE RAW DYE TETRAMETHYLTHIONINE IN SULFURIC ACID  
MEDIUM

Summary

An interaction between platinum(IV) iodide acidocomplex and thiazine raw organic basic dye tetramethylthionine has been studied. Compound forming in the system is extracted by dichloroetane – carbon tetrachloride (1:1) binary mixture. Maximal light absorbance (extinction) for extracts of forming compound as well as for “blind” extracts is observed at 655 *nm* wavelength.



At the optimal acidity conditions (pH 1,0 by sulfuric acid) platinum(IV) is extracted almost quantitatively ( $R=97,7\%$ ) to the organic solvent phase by means of single extraction during 2 minutes' shaking. The formed ionic associate is stable during 50 hours' period.

The optimal concentration of potassium iodide is  $0,4-0,6\text{ml } 10^{-2}\text{mol/l}$ ; optimal quantity of tetramethylthionine is secured by the addition of  $1,4-2,0\text{ml}$  of  $0,05\%$  solution of the dye.

Dichloroethane – carbon tetrachloride extracts of colored compound submit to the photometry main law (Beer's law) in the range of platinum(IV) content in aqueous phase  $2,49-89,59\text{mcg}/10\text{ml}$ . The molar coefficient of extinction  $\epsilon_{655} = 7,65 \cdot 10^4 \text{ l} \cdot \text{mol}^{-1} \cdot \text{cm}^{-1}$ ;  $C_{\text{min}}=0,02\text{mcg Pt/ml}$  ( $P=0,95$ ).

The influence of a series of interfering and accompanying elements on the determination of the platinum(IV) has been studied. An extraction-absorptiometric method for determination of platinum by tetramethylthionine has been elaborated.

УДК 547.476.2: 547.36

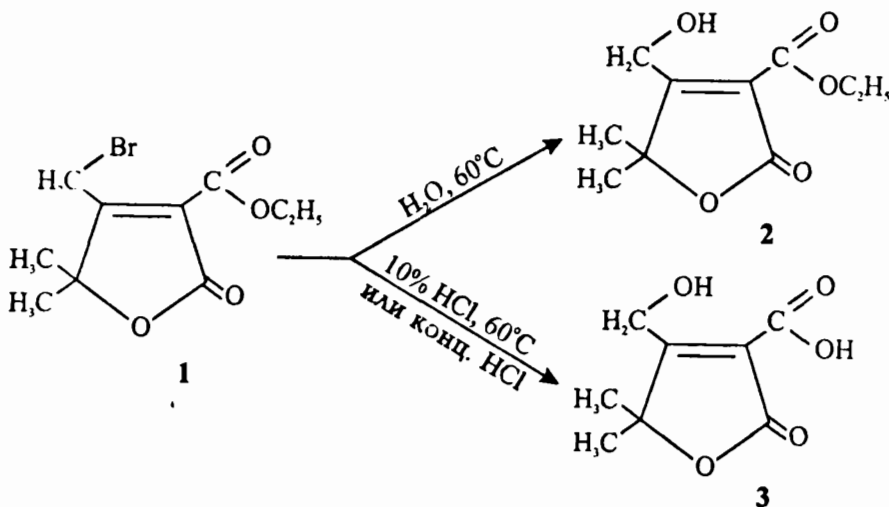
А.А. АВЕТИСЯН, Г.Г. ТОКМАДЖЯН, Л.В. КАРАПЕТЯН

ИССЛЕДОВАНИЯ В ОБЛАСТИ НЕНАСЫЩЕННЫХ ЛАКТОНОВ.  
 НЕКОТОРЫЕ ХИМИЧЕСКИЕ ПРЕВРАЩЕНИЯ 2-ЭТОКСИКАРБОНИЛ-  
 3-БРОММЕТИЛ-4,4-ДИМЕТИЛ-2-БУТЕН-4-ОЛИДА

Взаимодействием 2-этоксикарбонил-3-бромметил-4,4-диметил-2-бутен-4-олида с водой, соляной кислотой и рядом нуклеофильных агентов (гидразин, мочевины, тиомочевина, тиосемикарбазид), а также с роданидом калия синтезирован ряд новых производных 4,4-диметил-2-бутен-4-олида.

Синтезированный нами ранее 2-этоксикарбонил-3-бромметил-4,4-диметил-2-бутен-4-олид **1** [1] является многофункциональным соединением и может служить основой для получения новых производных ненасыщенных  $\gamma$ -лактонов, являющихся потенциально биологически активными веществами [2, 3].

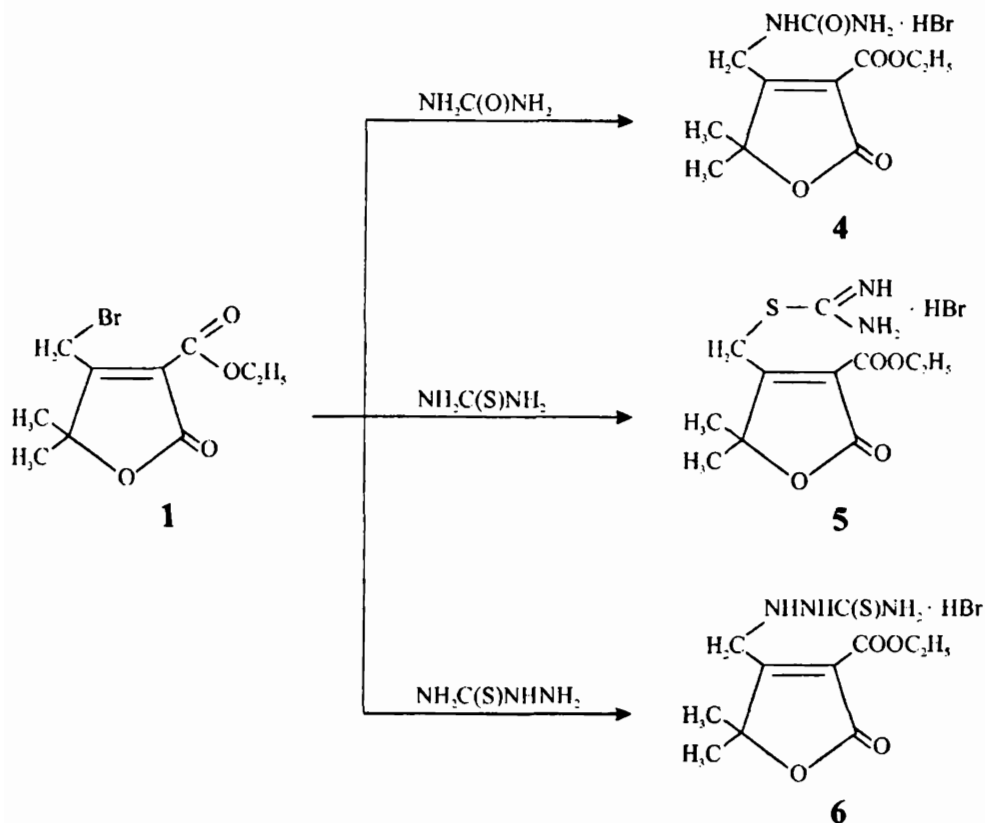
Так, нами осуществлен ряд следующих превращений вышеуказанного лактона:



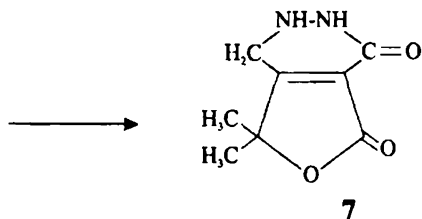
Взаимодействие **1** с водой при  $60^\circ\text{C}$  привело к образованию 2-этоксикарбонил-3-оксиметил-4,4-диметил-2-бутен-4-олида с выходом 84%. Прове-

дение же гидролиза 10%-ой соляной кислотой при нагревании (60°C) или же концентрированной соляной кислотой при комнатной температуре привело к образованию 2-карбокси-3-оксиметил-4,4-диметил-2-бутен-4-олида с выходом 70%.

Взаимодействие **1** с эквимольными количествами мочевины, тиомочевины и тиосемикарбазида приводит к образованию продуктов замещения атома брома солеобразного характера (**4–6**), строение которых установлено при помощи данных ИК- и ПМР-спектров:



Ранее было показано [4], что при взаимодействии 2-этоксикарбонил-3-формил-4,4-диметил-2-бутен-4-олида с гидразингидратом реакция не завершается на стадии образования гидразона, который за счет взаимодействия концевой амино- и этоксильной групп замыкается в 6,7-диоксо-4,4-диметил-1, 4, 6, 7-тетрагидрофуру [3, 4-с]пиридазин. Аналогично протекает и взаимодействие **1** с гидразингидратом, т.е. реакция опять-таки не завершается на стадии замещения атома брома и образования 2-этоксикарбонил-3-гидразилметил-4,4-диметил-2-бутен-4-олида, а замыкается в 6,7-диоксо-4,4-диметил-1, 2, 3, 4, 6, 7-гексагидрофуру [3, 4-с]пиридазин, что подтверждаются ИК и ПМР спектральные данные (см. таблицу):

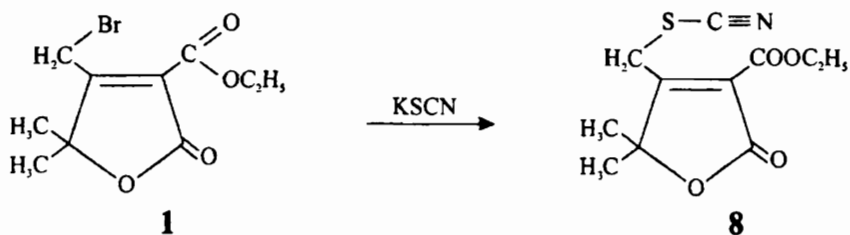


*ИК- и ПМР-спектры соединений 2-7*

№	ПМР-спектры, $\delta$ , м.д., $CDCl_3$	ИК-спектры, $\nu$ , $cm^{-1}$
2	1,45т(3H, $OCH_2-\underline{CH}_3$ ), 1,65с(6H, 2 $CH_3$ ), 4,25-4,7м(4H, $OCH_2-\underline{CH}_3$ , $\underline{CH}_2-OH$ ), 9,8с(1H, OH)	1040( $CH_2-OH$ ), 1250(C-O этокси), 1280(C-O лакт.), 1660(C=C сопр.), 1725(C=O этоксикарбонил), 1765(C=O лакт.), 2700(OH ассоц.)
3	1,6с(6H, 2 $CH_3$ ), 4,35с(2H, $\underline{CH}_2-OH$ ), 10,4с(1H, OH)	1045( $CH_2-OH$ ), 1250(C-O этокси), 1280(C-O лакт.), 1665(C=C сопр.), 1735(C=O этоксикарбонил), 1765(C=O лакт.), 2700(OH ассоц.), 3600(OH неассоц.)
4	1,41т(3H, $OCH_2-\underline{CH}_3$ ), 1,65с(6H, 2 $CH_3$ ), 4,2-4,6м(4H, $OCH_2-\underline{CH}_3$ , $\underline{CH}_2-NH-$ ), 9,4с(2H, $NH_2$ ), 10,5с(1H, NH)	1250(C-O этокси), 1280(C-O лакт.), 1660(C=C сопр.), 1680(C=O амидный), 1725(C=O. этоксикарбонил), 1765(C=O лакт.), 3250(NH ассоц. с C=O), 3360( $NH_3$ )
5	1,42т(3H, $OCH_2-\underline{CH}_3$ ), 1,65с(6H, 2 $CH_3$ ), 4,2-4,6м(4H, $OCH_2-\underline{CH}_3$ , $\underline{CH}_2-S-$ ), 9,4с(2H, $NH_2$ ), 10,4с(1H, NH)	700(C-S), 1250(C-O этокси), 1280(C-O лакт.), 1655(C=C сопр.), 1690(C=N), 1730(C=O этоксикарбонил), 1770(C=O лакт.), 3150( $NH_2$ ), 3350(N-H)
6	1,4т(3H, $OCH_2-\underline{CH}_3$ ), 1,7с(6H, 2 $CH_3$ ), 4,3-4,7м(4H, $OCH_2-\underline{CH}_3$ , $\underline{CH}_2-NH-$ ), 9,2с(2H, $NH_2$ ), 10,5с(2H, 2NH)	1250(C-O этокси), 1280(C-O лакт.), 1650(C=C сопр.), 1690(C=S), 1720(C=O этоксикарбонил), 1760(C=O лакт.), 3230(NH ассоц. с C=S), 3340( $NH_3$ )
7	1,65с(6H, 2 $CH_3$ ), 4,6д(2H, $CH_2$ ), 9,3с(1H, NH), 10,3с(1H, NH)	1280(C-O лакт.), 1650(C=C сопр.), 1680(C=O амидный), 1765(C=O лакт.), 3220(NH ассоц. с C=O), 3350(NH неассоц.)
8	1,38 т(3H, $OCH_2-\underline{CH}_3$ ), 1,65с(6H, 2 $CH_3$ ), 4,1-4,4м(4H, $OCH_2-\underline{CH}_3$ , $\underline{CH}_2-SCN$ )	700(C-S), 1250(C-O этокси), 1280(C-O лакт.), 1650(C=C сопр.), 1730(C=O этоксикарбонил), 1775(C=O лакт.), 2100(S-CN), 2220(C $\equiv$ N)

Взаимодействие же 1 с роданидом калия, проведенное в этиловом спирте при комнатной температуре, приводит к продукту замещения атома

брома роданид-анионом, т.е. к 2-этоксикарбонил-3-тиоцианометил-4,4-диметил-2-бутен-4-олиду (8):



**Экспериментальная часть.** ИК-спектры синтезированных соединений сняты на спектрометре Specord 751R в вазелиновом масле, ПМР-спектры – на спектрометрах Mercury-300 Varian (с рабочей частотой 300МГц) и Tesla BS-497 (100МГц) с применением в качестве внутреннего стандарта гексаметилдисилана (ГМДС). Чистота синтезированных соединений контролировалась методом тонкослойной хроматографии на пластинках Silufol UV-254, проявление –парами йода и в ультрафиолетовом свете.

*2-Этоксикарбонил-3-оксиметил-4,4-диметил-2-бутен-4-олид (2).*

Смесь 2,77г (0,01моль) 1 с 30мл воды перемешивают при 60–65°C до полного исчезновения масляного слоя. После отгонки под вакуумом избытка воды получают 1,8г (выход 84%) 2-этоксикарбонил-3-оксиметил-4,4-диметил-2-бутен-4-олида (2) с т. пл. 88°C(из воды). Данные ИК- и ПМР-спектров 2 и остальных синтезированных соединений 3–8 приведены в таблице.

*2-Карбокси-3-оксиметил-4,4-диметил-2-бутен-4-олид (3).*

а) Взаимодействие 1 с концентрированной соляной кислотой. Смесь 2,77г (0,01моль) 1 с 30мл концентрированной соляной кислоты перемешивают при комнатной температуре до полного исчезновения масляного слоя. После отгонки под вакуумом хлористого водорода и избытка воды получают 1,3г (выход 70%) 3 с т.пл. 133°C (из воды).

б) Взаимодействие 1 с 10%-ой соляной кислотой. Аналогично из 2,77г (0,01моль) 1 и 30мл 10%-ой соляной кислоты при температуре 60–65°C получают 1,35г (выход 73%) 3 с т.пл. 133°C (из воды). При определении температур плавления смешанной пробы образцов соединения 3, полученных по методикам а и б не наблюдается депрессии температуры плавления.

*Гидробромид 2-этоксикарбонил-3-уреидометил-4,4-диметил-2-бутен-4-олида (4).* К раствору 0,39г (0,0014моль) 1 в 6мл этанола приливают раствор 0,08г (0,0014моль) мочевины в 5мл этанола. Смесь кипятят с обратным холодильником в течение 2 часов. После отгонки растворителя получают 0,4г (85%) гидробромид 2-этоксикарбонил-3-уреидометил-4,4-диметил-2-бутен-4-олида (4) с т.пл. 102°C (из этанола).

*Гидробромид 2-этоксикарбонил-3-тиоуреидометил-4,4-диметил-2-бутен-4-олида (5).* К раствору 2,77г (0,01моль) 1 в 10мл этанола приливают раствор 0,76г (0,01моль) тиомочевины в 5мл этанола. Смесь кипятят с обратным холодильником в течение 2 часов. После отгонки растворите-

ля получают 3,3г (выход 93%) гидробромида 2-этоксикарбонил-3-тиоуреидометил-4,4-диметил-2-бутен-4-олида (5) с т.пл. 191–193°C (из этанола).

*Гидробромид 2-этоксикарбонил-3-тиоуреидоаминометил-4,4-диметил-2-бутен-4-олида (6).* К раствору 0,39г (0,0014моль) 1 в 6мл этанола приливают раствор 0,13г (0,0014моль) тиосемикарбазида в 4мл этанола. Смесь кипятят с обратным холодильником в течение 2 часов. После отгонки растворителя получают 0,35г (выход 87,11%) гидробромида 2-этоксикарбонил-3-аминотиоуреидометил-4,4-диметил-2-бутен-4-олида (6) с т.пл. 255°C (из этанола).

*6,7-Диоксо-4,4-диметил-1, 2, 3, 4, 6, 7-гексагидрофуру [3, 4-с] пиридазин (7).* К раствору 1,39г (0,005моль) 1 в 15мл этанола приливают 0,25г (0,005моль) гидразингидрата. Реакционную смесь кипятят на водяной бане в течение 6 часов, отгоняют этанол, получают 0,71г (78%) 6,7-диоксо-4,4-диметил-1, 2, 3, 4, 6, 7-гексагидрофуру[3, 4-с] пиридазина (7) с т.пл. 84°C (из этанола).

*2-Этоксикарбонил-3-тиоцианометил-4,4-диметил-2-бутен-4-олид (8).* К раствору 1,39г (0,005моль) 1 в 10мл этанола приливают раствор 0,48г (0,005моль) роданида калия в 10мл этанола. Смесь перемешивают при комнатной температуре в течение 5 часов. После отгонки растворителя к кристаллическому остатку приливают воду до полного растворения образовавшегося бромида калия, экстрагируют хлороформом, сушат над сульфатом магния. После отгонки растворителя получают 0,7г (выход 55%) 8 с т.пл. 88°C (из смеси гексан–четырёххлористый углерод 1:6).

*Кафедра органической химии*

*Поступила 26. 04. 2002*

## ЛИТЕРАТУРА

1. Аветисян А.А., Токмаджян Г.Г., Аветисян И.Г. – Арм. хим. ж., 1984, т. 37, №1, с. 36–39.
2. Аветисян А. А., Токмаджян Г.Г. – ХГС, 1987, № 6, с. 723–738.
3. Аветисян А.А., Токмаджян Г.Г. – Арм. хим. ж., 1993, т. 46, № 3–4, с. 219–236.
4. Аветисян А.А., Токмаджян Г.Г., Овсепян В.В. – ХГС, 1984, № 6, с. 740–743.

Ա.Ա. ԱՎԵՏԻՅԱՆ, Գ.Գ. ԹՈՔՄԱՋՅԱՆ, Լ.Վ. ԿԱՐԱՊԵՏՅԱՆ

ՈՒՍՈՒՄՆԱՍԻՐՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐ ՉՀԱԳԵՑԱԾ ԼԱԿՏՈՆՆԵՐԻ  
ԲՆԱԳԱՎԱՌՈՒՄ: 2-ԷԹՕՔՍԻԿԱՐԲՈՆԻԼ-3-ԲՐՈՄՍԵԹԻԼ-4,4-  
ԴԻՄԵԹԻԼ-2-ԲՈՒԹԵՆ-4-ՕԼԻԴԻ ՈՐՈՇ ՔԻՄԻԱԿԱՆ  
ՓՈԽԱՐԿՈՒՄՆԵՐԸ

## Ամփոփում

Մինրեզել ենք 4,4-դիմեթիլ-2-բութեն-4-օլիդի մի շարք նոր ածանցյալներ՝ 2-էթօքսիկարբոնիլ-3-բրոմմեթիլ-4,4-դիմեթիլ-2-բութեն-4-օլիդը փոխազդեցության մեջ դնելով ջրի, աղաթթվի և մի շարք նուկլեոֆիլ ազեմտ-

ների (հիդրազին, միզանյութ, թիոմիզանյութ, թիոսեմիկարբազիդ), ինչպես նաև կալիումի ռոդանիդի հետ:

A.A. AVETISYAN, G.G. TOKMAJYAN, L.V. KARAPETYAN

INVESTIGATIONS IN THE FIELD OF UNSATURATED LACTONES.  
SOME CHEMICAL REACTIONS OF 2-ETHOXYCARBONYL-3-  
BROMINEMETHYL-4,4-DIMETHYL-2-BUTENE-4-OLID

Summary

A number of new derivatives of 4,4-dimethyl-2-butene-4-olid have been synthesized by the interaction of 2-ethoxycarbonyl-3-brominemethyl-4,4-dimethyl-2-butene-4-olid with water, hydrochloric acid and a number of nucleophile agents (hydrazine, urea, thiourea, thiosemicarbazide) as well as kalium rodanide.

УДК 581.143.6

А.А. ОГАНЕСЯН

ДЕЙСТВИЕ ЭЛИСИТОРОВ РАЗЛИЧНОЙ ПРИРОДЫ НА АКТИВНОСТЬ  
ФЕРМЕНТОВ БИОСИНТЕЗА ЛИГНАНОВ В КАЛЛУСНЫХ КУЛЬТУРАХ  
*LINUM AUSTRIACUM* L.

Исследовано влияние элиситоров (маннана,  $\beta$ -1,3-глюкана и ансимидола) на активность некоторых ключевых ферментов, участвующих в биосинтезе лигнанов и лигнинов в каллусных культурах *Linum austriacum*. Определены активности L-фенилаланин-аммиак-лиазы, полифенолоксидазы, тирозиназы, растворимой фенолазы, мембранно-связанной и растворимой оксидазы.

Показано, что стимулирование элиситорами синтеза подофиллотоксинов и пельтатинов сопровождается увеличением активности некоторых ферментов метаболического пути их биосинтеза, а исследованные элиситоры действуют на разные ее этапы.

Лигнаны – это большая группа природных соединений, которые в основном обнаруживаются у цветковых растений и обладают высокой биологической активностью. Идентифицировано несколько сот представителей этого класса соединений, которые образованы из двух фенилпропаноидных единиц [1]. Этопозид и тенипозид, полусинтетические производные подофиллотоксина, широко используются в качестве противоопухолевых препаратов [2]. Химический синтез лигнанов, имеющих фармакологическую значимость, трудно выполним и экономически невыгоден. Подофиллотоксины (Ptox) обычно экстрагируют из природных корней *Podophyllum hexandrum* и *P. peltatum*, запасы и ареал распространения которых ограничены. Кроме того, их каллусные культуры растут очень плохо, накапливают малые количества Ptox и не могут служить в качестве стабильного источника его получения. Источниками Ptox являются также растения семейства *Linaceae* рода *Linum*, каллусные культуры которых способны синтезировать и накапливать лигнаны [2–5]. Суспензионные и каллусные культуры *Linum* растут намного лучше, но они в основном накапливают 5-метокси-подофиллотоксин (5-mPtox).

Ранее было показано, что использование различных элиситоров приводит к индукции вторичного метаболизма и усилению биосинтеза многих классов вторичных метаболитов [6–8]. Целью настоящей работы являлось



исследование действия элиситоров (маннана,  $\beta$ -1,3-глюкана и ансимидола) на биосинтез Pтох и пельтатинов, а также на активность ряда ферментов, участвующих в регуляции метаболизма биосинтеза лигнанов в каллусных культурах *L. austriacum*.

**Методика.** Объектом исследования являлись каллусные культуры льна, полученные из стерильных проростков. В работе были использованы семена *L. austriacum* экспозиции 1999 года. Семена стерилизовали в течение 20 мин в 96%-ом этаноле, дважды промывали в стерильной воде, инкубировали 30 мин в 1%-ом растворе гипохлорида кальция и повторно 3 раза промывали стерильной водой. Семена проращивали в дважды разбавленной МС-среде [9]. Гипокотиль и стебель проростков (0.4–1 г) разрезали на кусочки по 0.1 г, которые для инициации каллусогенеза помещали на модифицированную питательную МС-среду [9] следующего состава: 30 г/л сахарозы, 8 г/л агары, 0.1 мг/л тиамин-НСI, 100 мг/л мио-инозитола, 1 мг/л никотиновой кислоты, 1 мг/л пиридоксин-НСI, 0.5 мг/л БАП и 0.05 мг/л  $\alpha$ -НУК (все препараты фирмы “Sigma”, США). Каллусы после пересева выращивали в течение 15 дней при 24°C и непрерывном освещении (3000лк) на средах, содержащих элиситоры (маннан (0.1 мг/мл),  $\beta$ -1,3-глюкан (0.1 мг/мл) и ансимидол ( $10^{-7}M$ ) фирмы “Sigma”), которые перед автоклавированием были введены в питательную среду.

Отбор проб для химического анализа проводили из лиофильно высушенной каллусной ткани. Ткани (0.2 г) растирали в фарфоровой ступке, смешивали с 2 мл этанола и гомогенизировали 2 раза по 30 с на высокоскоростном гомогенизаторе MPW-302 (Польша) при непрерывном охлаждении. В полученную суспензию добавляли 6 мл дистиллированной воды и доводили рН 0.6%-ой о-фосфорной кислотой до 5.4, после чего добавляли 0.1 мл дистиллированной воды, содержащей 0.1 мг  $\beta$ -глюкозидазы. Смесь инкубировали в течение 1 ч на водяной бане при 35°C. В полученную смесь добавляли 12 мл этанола для улучшения растворения лигнанов и инкубировали 30 мин при 70°C в ультратермостате. Затем суспензию центрифугировали 15 мин при 12000g, отделяли надосадочную жидкость и использовали ее для хроматографического анализа. Полученные препараты хранили при -20°C.

Определение относительного содержания Pтох, 5-mPтох, дезоксиподофиллотоксина (de-Pтох),  $\alpha$ - и  $\beta$ -пельтатинов проводили с помощью высокоэффективной жидкостной хроматографии (ВЭЖХ) на установке HPLC-Termo Quest (Германия), используя колонки Spherisorb ODS-2 (фирма “Sigma”, США) по методу [5].

В качестве стандартов использовали коммерческие препараты Pтох,  $\alpha$ - и  $\beta$ -пельтатинов, 5-mPтох, de-Pтох (фирма “Roth”, Германия). Все пики, соответствующие значениям  $R_t$  – Pтох, 5-mPтох, de-Pтох,  $\alpha$ - и  $\beta$ -пельтатинов, – по специальной программе сравнивались со спектрами поглощения используемых стандартов. Концентрацию Pтох определяли при 290 нм по уравнению  $C = \sqrt{S \cdot 350 / \epsilon}$ , где S – площадь пика,  $\epsilon$  – экстинкция, равная 29000.

Определение активностей ферментов (в кат/кг белка) фенилаланин-аммиак-лиазы (ФАЛ) проводили по методу [10], тирозиназы (ТАЛ) – по

[11], полифенолоксидазы (ПФО) и фенолоксидазы (СЗН) – по [12, 13], мембранносвязанной (м-ОД) и растворимой (р-ОД) оксидаз – по [14] на спектрофотометре Specord M-400 (Германия), а определение белка – по методу Лоури [15]. Биологическая повторность опытов 4–6-кратная при проведении 2–3 серий в каждом. В табл. 1 и 2 приведены средние арифметические и стандартные ошибки ( $n = 8-12$ ).

**Результаты и обсуждение.** Устойчивость растений к действию различных патогенов и изменению функционального статуса часто коррелирует с высоким содержанием в тканях фенольных соединений и продуктов их метаболизма. При исследовании путей биосинтеза лигнанов обычно основное внимание уделяется активностям ферментативных систем, принимающих непосредственное участие в биосинтезе подофиллотоксинов, таких, как ФАЛ и др. Ряд данных указывает на то, что ключевые ферменты основных метаболических путей, таких, как фенилпропаноидный, активируются при добавлении в питательную среду элиситоров [6–8]. В качестве элиситоров для индукции вторичного метаболизма используются некоторые полисахариды, такие, как дрожжевой маннан,  $\beta$ -1,3-глюкан и ансимидол. Полученные нами каллусные культуры *L. austriacum* были использованы в качестве модельной системы для изучения механизма действия этих элиситоров на стимулирование биосинтеза лигнанов.

Каллусные культуры *L. austriacum* способны накапливать лигнаны, в том числе Pтох и 5-mPтох, которые обнаруживаются в виде глюкозидов, de-Pтох,  $\alpha$ - и  $\beta$ -пельтатинов, нескольких видов флавоноидов и кониферолов.

Таблица 1

Содержание лигнанов в каллусных культурах *L. austriacum* (мг/г сухого веса)

Лигнаны	Среда			
	МС	МС + маннан	МС + ансимидол	МС+ $\beta$ -1,3-глюкан
$\alpha$ -пельтатин	1.28±0.06	2.86±0.07	1.40±0.06	4.31±0.23
Pтох	0.43±0.02	0.76±0.02	0.56±0.03	0.79±0.04
5-iPтох	1.21±0.05	2.66±0.07	1.54±0.07	–
de-Pтох	0.42±0.01	0.60±0.01	0.63±0.03	–
$\beta$ - пельтатин	0.52±0.03	0.84±0.02	–	–
$\Sigma$ лигнанов	3.87±0.19	7.71±0.19	4.14±0.02	5.10±0.28

Содержание лигнанов в каллусных культурах *L. austriacum*, пассируемых в контрольной среде и после элиситации, приведено в (табл. 1). Результаты свидетельствуют о том, что использование элиситоров различной природы в каллусных культурах *L. austriacum* сильно отражается на количественном и качественном спектрах образования лигнанов. Как видим, при воздействии маннана синтезируется намного больше вторичных метаболитов в каллусных культурах, чем в контрольных. Присутствие ансимидола также приводит к количественному увеличению лигнанов, кроме  $\beta$ -пельтатина, который не обнаруживается. Особый интерес представляет нарушение биосинтеза некоторых производных подофиллотоксинов и пельтатинов под действием  $\beta$ -1,3-глюкана. Подобная картина обнаруживается только в том случае, если элиситоры обладают свойством избирательного действия на

отдельные этапы и активность ключевых ферментов метаболического пути.

Биосинтез лигнанов происходит главным образом фенолпропаноидным путем из шикимовой кислоты. В биосинтезе участвуют как лиазы, так и оксидазы. Предполагаемые пути биосинтеза лигнанов показаны на рис. 1.

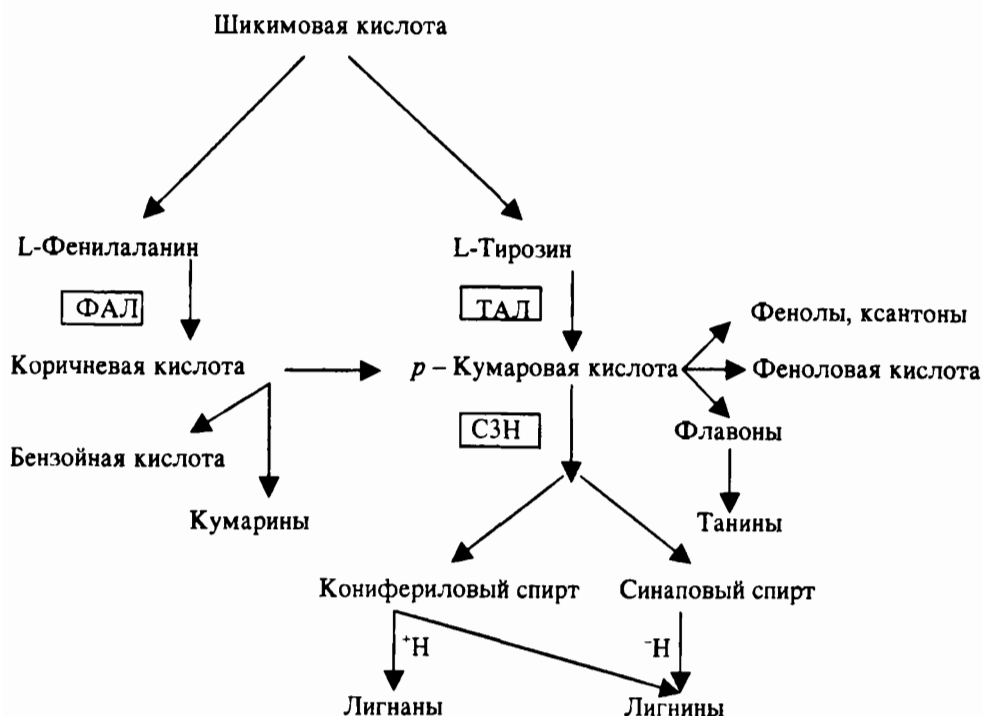


Рис. 1. Предполагаемые пути биосинтеза лигнанов и лигнинов.

В табл. 2 показана активность ферментов в каллусных культурах *L. austriacum* в контроле и после элиситации.

Таблица 2

Активность ферментов (мкат/кг белка) в каллусных культурах *L. austriacum*

Фермент	Среды			
	МС	МС+маннан	МС+ансимидол	МС+β-1,3-глюкан
ФАЛ	2.034±0.102	2.248±0.056	1.740±0.085	1.448±0.080
ТАЛ	0.059±0.004	0.072±0.004	0.036±0.004	0.049±0.001
СЗН	2.096±0.120	2.320±0.060	1.740±0.117	1.497±0.020
ПФО	1.463±0.032	1.611±0.100	1.252±0.085	1.496±0.015
м-ОД	0.187±0.007	0.312±0.019	0.218±0.015	0.238±0.016
р-ОД	0.938±0.052	0.270±0.011	0.822±0.070	0.426±0.036

Маннан (гликопептид, полученный из экстрактов дрожжей) известен как сильный элиситор, который активизирует шикиматные и фенолпропа-

ноидные пути [7, 8] и стимулирует активность ферментов, участвующих в метаболизме лигнанов, кроме р-ОД. Самая высокая активность наблюдается для ТАЛ – 22 %. ФАЛ, СЗН и ПФО были активированы приблизительно на 10% по сравнению с контролем (см. рис. 2). Под действием маннана, как и в случае других патогенов [16–18], в цитозоле увеличивается концентрация  $H_2O_2$ , одной из причин тому может быть ингибирование активности цитоплазматической р-ОД. Примечательно, что маннан стимулирует биосинтез общего количества лигнанов приблизительно на 100%.

Ансимидол ( $\alpha$ -циклопропил-(4-метоксифенил)-5-пиримидинил-метанол) ингибирует активность цитохром Р-450-зависимых монооксигеназ в растениях и гидроксילирование метаболитов, участвующих в формировании лигнанов. Под действием ансимидола понижается активность дезоксиподофилло-токсин-4-гидроксилаз, что приводит к ингибированию биосинтеза  $\beta$ -пелъатина. При этом специфические метилтрансферазы участвуют только в превращении Ртох в 5-мРтох, который в данном случае выступает в качестве одного из конечных продуктов метаболизма. Одновременно наблюдается незначительное увеличение биосинтеза  $\alpha$ -пелъатина.

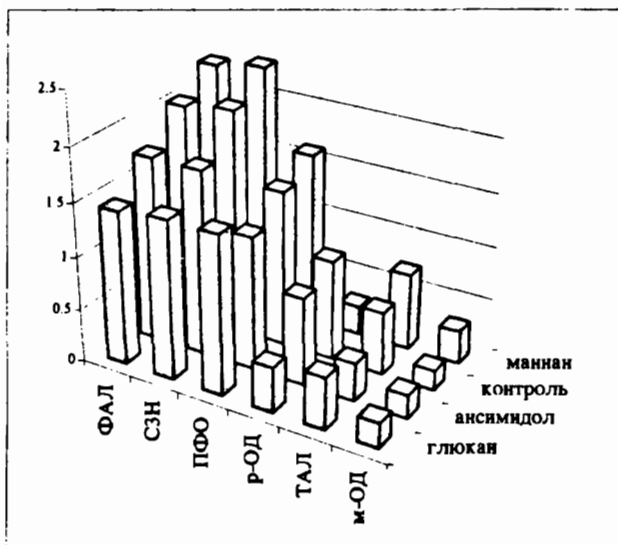


Рис. 2. Активность ферментов, участвующих в биосинтезе лигнанов.

ных [19]. В результате *p*-кумаровая кислота в качестве субстрата частично используется для синтеза различных фитоалексинов. Это сопровождается падением активностей ряда ферментов, в частности СЗН от 2.096 для контроля до 1.497 (или на 30%) в присутствии  $\beta$ -1,3-глюкана. В присутствии  $\beta$ -1,3-глюкана ингибируется активность дезоксиподофиллотоксин-4-гидроксилаз и специфических метилтрансфераз, что приводит к ингибированию метаболических путей превращения de-Ртох в  $\beta$ -пелъатин и 5-мРтох. В результате de-Ртох практически полностью превращается в Ртох, который в данном случае является конечным продуктом метаболизма, что подтверждается результатами ВЭЖХ анализа (табл. 1). Необходимо отметить, что хотя при этом суммарное количество синтезируемых лигнанов (подофиллотоксины+пелъатина) увеличивается от 3.876 до 5.1 (примерно на 30%), равновесие смещается в сторону резкого увеличения биосинтеза  $\alpha$ -пелъатина (от 1.284 до 4.308).

Таким образом, под воздействием различных элиситоров возможно

за  $\beta$ -пелъатина. При этом специфические метилтрансферазы участвуют только в превращении Ртох в 5-мРтох, который в данном случае выступает в качестве одного из конечных продуктов метаболизма. Одновременно наблюдается незначительное увеличение биосинтеза  $\alpha$ -пелъатина.

$\beta$ -1,3-глюкан приводит к стимулированию биосинтеза фитоалексинов в виде различных фуранокумариновых соединений и их производ-

стимулирование продуктивности клеточных культур по отношению к биосинтезу фенилпропаноидов, в частности подофиллотоксинов. Применение элиситоров позволяет в значительной мере увеличивать выход вторичных метаболитов, не меняя условий культивирования, практически без дополнительных затрат. Кроме того, меняя природу использованных элиситоров, можно регулировать направление биосинтеза в сторону увеличения выхода как подофиллотоксинов, так и пельтатинов. Из наших результатов следует, что для индукции биосинтеза отдельных лигнанов, в частности Ртох и  $\alpha$ -пельлатина, более эффективными могут быть элиситоры типа  $\beta$ -1,3-глюкана, а для общей индукции биосинтеза лигнанов – элиситоры типа маннана, обладающие патогенным действием.

Кафедра биофизики

Поступила 16.11.2001

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Smolni T., Wichers H., Kalenberg S., Shahsavari A., Petersen M., Alfermann W. – Phytochemistry. 1998, v. 48, № 6, p. 975–979.
2. Issell B.F., Rudolph A.R., Louie A.C. An overview. In: Etoposide (VP-16–213) – Current Status and New Developments, Orlando: Academic Press Inc, p. 1–13, 1984.
3. Oostdam A., Mol J.N.M. H.W. van der Plas. – Plant Cell Reports, 1993, v. 12, p. 474–477.
4. Konuklugil B., Schmidt T., Alfermann W. – Planta Medica, 1999, v. 65, p. 587–588.
5. Smolni T., Wichers H., Rijk H., van Zwam A., Shasavari A., Alfermann W. – Planta Medica, Supplement Issue, 1992, v. 58, p. 623.
6. Moreno P.R., Heijden R., Verpoorte R. – Plants Cell Reports, 1994, v. 14, p. 188–191.
7. Yamamoto H., Ichimura M., Inoue K. – Phytochemistry, 1995, v. 40, p. 77–81.
8. Kirakosyan A., Hajashi H., Inoue K., Charchoglyan A., Vardapetyan H. – Phytochemistry, 2000, v. 53, p. 345–348.
9. Murashige T. and Skoog F. – Physiology. Plant arum, 1962, v. 15, № 3, p. 473–478.
10. Ogata K. et al. – Agr. Biol. Chem., 1967, v. 31, p. 600.
11. Cory J.G. and Frieden E. – Biochem., 1967, v. 6, p. 116–119.
12. Golan-Goldhirsh A. – J. Mol. Catal., 1985, v. 2, p. 141–147.
13. Ros J., Rodriguez-Lopez J., Garcia-Canovas F. – Biochim. Biophys. Acta, 1993, v. 3, p. 303–308.
14. Gonzalez L.F., Rojas M.C., Perez F.J. – Phytochemistry, 1997, v. 50, p. 711–717.
15. Lowry O.H., Rosenbrough N.Y., Farr A.L., Randall R.J. – J. Biol. Chem., 1951, v. 193, p. 265.
16. Dixon R.A., Paiva N.L. – Plant Cell, 1995, v. 7, p. 1085–1097.
17. Mittler R., Lam E., Shulaev V., Cohen M. – Plant. Mol. Biol., 1999, v. 39, № 5, p. 1025–1035.
18. Piffanelli P., Devoto A., Schulze-Lefert P. – Curr. Opin. Plant. Biol., 1999, v. 2, p. 295–300.
19. Запрометов М.Н. – Физиология растений, 1993, т. 40, № 6, с. 921–931.

#### Ա.Ա. ՀՈՎՀԱՆՆԻՍՅԱՆ

ՏԱՐԱԲՆՈՒՅԹ ԷԼԻՍԻՏՈՐՆԵՐԻ ԱԶԴԵՑՈՒԹՅՈՒՆԸ *LINUM AUSTRIACUM* L. ԿԱԼՈՒՍԱՅԻՆ ԿՈՒՆՏՈՒՐԱՆԵՐՈՒՄԼԻԳՆԱՆՆԵՐԻ ԿԵՆՍԱՍԻՆԹԵԶԻՆ ՄԱՍՆԱԿՑՈՂ ՖԵՐՄԵՆՏՆԵՐԻ ԱԿՏԻՎՈՒԹՅԱՆ ՎՐԱ

#### Ամփոփում

ՈՒՏՈՒՄՆԱՍԻՐՎԷԼ Է *Linum austriacum*-ի բջջային կուլտուրաներում լիգնանների կենսասինթեզին մասնակցող որոշ ֆերմենտների ակտիվության

վրա էլիսիտորների (մաննան,  $\beta$ -1,3-գլյուկան, անսիմիդոլ) ազդեցությունը: Որոշվել է L-ֆենիլալանին ամոնիում-լիազի, պոլիֆենոլօքսիդազի, թիրոզինազի, լուծելի ֆենոլազի, բջջապատային և լուծելի օքսիդազների ակտիվությունները:

Ցույց է տրված, որ պոդոֆիլոտոքսինների և պելտատինների սինթեզի խթանումը էլիսիտորներով ուղեկցվում է նրանց կենսասինթեզի մեթաբոլիկ ճանապարհին մասնակցող մի քանի ֆերմենտների ակտիվությունների աճով: Հայտնաբերվել է, որ ուսումնասիրված էլիսիտորները ներգործում են լիզնանների կենսասինթեզի մեթաբոլիկ ճանապարհի տարբեր փուլերում:

A.A. HOVHANNISSIAN

INFLUENCE OF ELICITORS OF VARIOUS NATURES ON THE ACTIVITY OF ENZYMES INVOLVED IN BIOSYNTHESIS OF LIGNANS IN CALLUS CULTURES *LINUM AUSTRIACUM* L.

Summary

The effect of mannan,  $\beta$ -1,3 glucan and ancymidol on the activity of enzymes involved in biosynthesis of lignans, podophyllotoxin, 5-metoxypodophyllotoxin and their derivatives production in the callus culture of *L. austriacum* was investigated. The activities of L-Phenylalanine ammonia-lyase, Polyphenoloxidase, Tyrosinase, soluble Phenolase, wall-bound and soluble Oxidases were determined. Effects of elicitation on different steps of metabolic pathways in *L.austriacum* callus cultures were revealed.

It was concluded that elicitors, which could stimulate the biosynthetic pathways affecting on activity of key enzymes, could stimulate the production of podophyllotoxins.

Биология

УДК 582.284:577.156:573.6

М.А. ДАВТЯН, Э.А. МАНТАШЯН, Л.А. АНАНЯН

БИОСИНТЕЗ ЭКЗОПРОТЕАЗ БАЗИДИОМИЦЕТАМИ В УСЛОВИЯХ  
ГЛУБИННОГО КУЛЬТИВИРОВАНИЯ

Показана возможность биосинтеза экзогенных протеаз грибами *Flammulina velutipes* и *Panus tigrinus* путем подбора соответствующих питательных сред, являющихся отходами пищевой и сельскохозяйственной промышленности. Испытанные питательные среды и добавленные надлежащие количества минеральных компонентов обеспечивают оптимальный биосинтез протеаз. Как протеазы, так и внутриклеточные свободные аминокислоты, не вовлекающиеся в биосинтез протеаз, выделяются в культуральную жидкость.

Мицелий высших съедобных базидиомицетов обладает исключительно высокой способностью изменять свой обмен, в том числе и синтез внеклеточных белков в зависимости от состава питательных сред и других условий глубинного культивирования.

Ведущую роль в синтезе внеклеточных ферментов играет присутствие в питательной среде специфического субстрата-индуктора, позволяющего повысить биосинтез последних в десятки раз. Экспериментально доказано, что образование индуцированных ферментов не связано с селекцией, прекращается при удалении из среды специфического индуктора и представляет собой синтез белка *de novo* [1]. Так, при добавлении к среде Чапека, на которой кислая протеаза не образуется, казеина (0,2%) синтез фермента повышался в 2,5 раза; при замене  $\text{NaNO}_3$  в той же питательной среде на казеин активность фермента возрастала в 5 раз; при добавлении комплекса казеин+пептон – в 7 раз [2, 3]. Положительное влияние органических источников азота на образование протеиназ у *Asp. terricola* [4] проявлялось только в отсутствие минеральных соединений азота, на основании чего авторы заключают, что в качестве оптимальных источников азота целесообразно использовать белки, в первую очередь – казеин.

Отмечается также значительное усиление биосинтеза протеаз при использовании соевой муки, крахмала, пшеничных отрубей, свекловичного жома, водных экстрактов из солодовых ростков и др. [1]. Важнейшими азотистыми соединениями, влияющими на биосинтез протеаз, являются аминокислоты, в особенности, глутамин, глутаминовая кислота и ГАМК. Активная жизнедеятельность аспергиллов полностью совпадает не только с мак-

симальным содержанием внутриклеточных аминокислот, но и с процессом интенсивного биосинтеза кислой протеиназы [2].

При изучении закономерностей образования внеклеточной протеиназы было показано, что синтез фермента регулируется по типу "индукции конечным продуктом". Сильнее других аминокислот индуцирует синтез протеиназы глутаминовая кислота [3, 5, 6]. Сведения о влиянии углеводов на образование протеаз микроорганизмами довольно противоречивы. Так, по данным японских авторов, глюкоза не оказывает ингибирующего действия на биосинтез протеолитических ферментов [7]. Более того, она является наилучшим источником углерода для синтеза кислой протеиназы *Asp. niger*, в то время как ингибирование биосинтеза индуцированных ферментов микроорганизмов глюкозой по принципу "глюкозного эффекта" является доказанным фактом в 90 случаях из 100 [8].

Базидиомицеты синтезируют все 4 известных типа протеаз, из которых наиболее изученными являются аспартильные (кислые), обладающие высокой молокосвертывающей активностью, способностью предотвращать помутнение пива при охлаждении, видоизменять свойства клейковины муки с целью получения мягкого, пластичного бисквитного теста [9, 10]. Выделена и описана сериновая протеиназа из рода *Coprinus* [11]. Штаммы *Fl. velutipes*, некоторые виды *Coprinus*, *Tricholoma*, *Pleurotus* активно продуцируют экзопротеазы с фибрино- и тромболитическим эффектом, причем большинство этих ферментов отличается высокой специфичностью по отношению к фибрину. Сами культуры высших базидиомицетов обладают рядом преимуществ по сравнению с продуцентом других систематических групп, а именно, они не патогенны и не образуют спор на стадии вегетативного мицелия. При глубинном культивировании это обстоятельство гарантирует экологическую чистоту, а культуральный мицелий может быть использован в качестве пищевого и кормового продукта [6, 12].

**Материал и методика.** В качестве объектов исследования использовали чистые культуры высших съедобных базидиомицетов *Flammulina velutipes* и *Panus tigrinus*. Для указанных культур характерны быстрый рост в условиях глубинного выращивания, значительное накопление биомассы и белка, а также присущий грибам аромат. На синтетических питательных средах они легко усваивают аммонийные соли, органические источники азота. Культуральный мицелий, выращенный, в частности, на мелассе, молочной сыворотке, картофельной мезге, кукурузном экстракте, безвреден, нетоксичен, обладает сбалансированным аминокислотным составом и содержит до 37–40% сырого протеина.

Использованные питательные среды, получение инокулума, условия культивирования описаны нами в предыдущем сообщении [13]. Протеолитическая активность (ПА) определялась в культуральной жидкости (КЖ) и сыром мицелиальном экстракте по скорости гидролиза гемоглобина и казеина путем измерения экстинкции растворов, содержащих неосаждаемые трихлоруксусной кислотой продукты протеолиза [14]. В качестве субстрата использовались 2%-ые растворы гемоглобина (рН 3.0) и казеина (рН 8.0). Исследуемая реакционная смесь, содержащая по 2,0 мл субстрата и ферментной пробы, инкубировалась при 37°C в течение 30 мин. В контроле к субстрату добавлялись 4,0 мл 5%-ой ТХУ, инкубировалась смесь в тех же



условиях, затем – еще 2,0мл ферментной пробы. Реакция останавливалась добавлением 4,0мл 5%-ой ТХУ. Протеолитическая активность выражалась в мкмоль тирозина, полученного под действием фермента за 1 час при 37°C и рассчитанного по калибровочной кривой.

**Результаты и обсуждение.** Прежде всего следует отметить, что процессы роста гриба и биосинтеза протеаз взаимосвязаны между собой (табл. 1); протеазы, особенно кислые, продуцируются растущими, жизнедеятельными клетками, находящимися в экспоненциальной фазе и в начале стационарной.

Таблица 1

Динамика роста *P. tigrinus* и синтеза внеклеточных протеаз в условиях глубинного культивирования

Время культивирования, ч.	Редуцирующие вещества, мг/100мл КЖ	Мицелий, г/л КЖ	Растворимый белок, мг/100мл КЖ	Аминовый азот, мг/100мл КЖ	Протеолитическая активность, мкмоль тир/100мл КЖ	
					pH 3,0	pH 8,0
0	3075	0,05	490,0	66,0	0	0
18	3054	3,42	410,0	55,5	324,0	88,4
24	2761	6,15	360,0	50,0	400,5	47,2
49	1738	7,20	345,0	32,5	365,2	59,0
66	1472	18,60	406,0	26,2	500,6	135,0
72	74	16,33	380,0	65,0	518,4	170,8

Для синтеза внеклеточных протеаз грибами *Fl. velutipes* и *P. tigrinus* были испытаны питательные среды, на которых, по нашим данным, базидиомицеты растут с хорошим выходом биомассы и оптимальным набором внутриклеточных аминокислот [13]. Как и в предыдущей серии экспериментов [13], в качестве контроля использовалось пивное сусло, на котором одинаково хорошо растут все базидиомицеты. Для *P. tigrinus* наилучшими для синтеза кислых протеаз оказались молочная сыворотка и молочная сыворотка в сочетании с дрожжевым автолизатом (табл. 2). Для *Fl. velutipes* на испытываемых средах максимальная активность кислых протеаз найдена на среде с отваром зеленой растительной массы и молочной сывороткой. Во всех вариантах исследуемых питательных сред щелочные протеазы значительно уступают по своей активности кислым (табл. 3).

Таблица 2

Влияние состава питательных сред на синтез экзопротеаз *P. tigrinus*

Питательные среды	Мицелий, г/л КЖ	Белок, мг/100мл КЖ	Протеолитическая акт-ть, мкмоль тир/100мл КЖ	
			pH 3,0	pH 8,0
пивное сусло	8,3	350,0	130,7	116,0
молочная сыворотка*	17,0	283,0	177,1	51,8
дрожжевой автолизат*	9,8	43,0	70,0	8,4
молочная сыворотка+ дрожжевой автолизат*	22,0	400,0	307,3	72,1

\* Добавлена минеральная основа.

Влияние состава питательных сред на синтез протеаз *Fl. velutipes*

Питательные среды	ПА, мкмоль тир/100мл КЖ		ПА, сырой мицелиальный экстракт	
	pH 3,0	pH 8,0	белок, мг/1г сыр.тк.	мкмоль тир/1г сыр.тк.**
пивное сусло	222,6	121,8	19,2	16,5
молочная сыворотка*	193,9	100,8	37,7	17,2
фруктовый отвар*	130,7	116,7	37,2	15,8
отвар зеленой растительной массы*	307,3	72,1	23,0	16,8
гидролизат подсолнечной лузги*	177,1	51,8	26,0	16,6

\* Добавлена минеральная основа.

\*\* Кислая протеаза.

Таблица 4

Аминокислотный состав культуральной жидкости при глубинном культивировании *Fl. velutipes* (мг/100мл КЖ)

Аминокислоты	Варианты опыта*				
	1	2	3	4	5
Цис	2,20	-	8,60	следы	следы
Лиз	0,66	0,65	1,20	0,60	-
Аспарагин	-	-	16,22	-	-
Арг	1,64	0,63	следы	2,86	следы
Асп+Сер	9,27	3,40	14,10	16,47	8,61
Гли	следы	2,63	4,74	следы	следы
Глу	5,36	4,41	38,39	11,11	4,76
Тре	-	-	6,45	-	-
Ала	3,64	12,97	19,56	6,14	2,41
Тир	5,53	0,45	2,30	4,93	3,94
ГАМК	3,01	2,54	23,31	следы	следы
Вал+Мет	2,42	8,83	6,35	4,76	2,72
Фен	2,76	-	-	3,82	1,15
Лей+Илей	2,04	2,41	следы	2,98	0,95
Про	10,25	6,25	12,75	11,50	5,75
Сумма	48,78	45,17	153,97	65,17	30,29

\* 1 – пивное сусло; 2 – молочная сыворотка; 3 – фруктовый отвар; 4 – отвар зеленой растительной массы; 5 – гидролизат подсолнечной лузги.

Результаты опытов по исследованию аминокислот культуральной жидкости показали (табл. 4), что через 72 часа культивирования *Fl. velutipes* из найденных аминокислот в КЖ количественно преобладают глутаминовая кислота – 25% на среде с фруктовым отваром и 17% на отваре зеленой растительной массы, аланин – 28,7% на среде с молочной сывороткой и 12% на фруктовом отваре, аспарагиновая кислота+серин – 25% на среде с отваром зеленой растительной массы и лишь на среде с фруктовым отваром найден аспарагин – 10,5%.

Очевидно, что богатый набор аминокислот мицелия обеспечивает оптимальный биосинтез протеаз. Как протеазы, так и внутриклеточные свободные аминокислоты, не включающиеся в биосинтез протеаз, выделяются в культуральную жидкость.

Кафедра биохимии, научно-исследовательская лаборатория сравнительной и эволюционной биохимии

Поступила 04.09.2002

## ЛИТЕРАТУРА

1. Фениксова Р.В. Ферменты микроорганизмов. М.: Наука, 1973, с. 7–25.
2. Коновалов С.А., Дорохов В.В., Шахова Т.Е. Ферменты микроорганизмов. М.: Наука, 1973, с. 70–76.
3. Иваница В.А., Егоров Н.С., Аль-Нури М.А. – Микробиология, 1978, т. XLVII, вып. 3, с. 424.
4. Попова Н.В. Ферменты микроорганизмов. М.: Наука, 1973, с. 80–85.
5. Mc Donald J. and Chambers A.K. – Canad. J. Microbiol., 1966, v. 12, p. 1175.
6. Выборных С.Н., Лория Ж.К. и Егоров Н.С. – Микробиология, 1978, т. XLVII, вып. I, с. 32.
7. Магасаник В. Регуляторные механизмы клетки. М.: Мир, 1964, с. 358.
8. Mandelstamm I. – Biochem. J., 1961, v. 79, p. 489.
9. Федорова Л.И., Шиврина А.И. – Микология и фитопатология, 1974, № 8.
10. Попов Е.М., Кашпаров И.В., Попов Л.Е. – Успехи биологической химии, 1994, т. 34, с. 40–82.
11. Шагиян К.А., Алехина И.А., Гадель С.Г., Денисова Н.П. – ДАН Арм.ССР, 1989, т. 89, № 2, с. 88–93.
12. Денисова Н.П. – Микология и фитопатология, 1990, т. 24, в. 6.
13. Мангашян Э.А., Давтян М.А., Ананян Л.Г. – Ученые записки ЕГУ, 2000, № 2, с. 88–92.
14. Anson M.J. – Gen. Physiol., 1938, v. 22, p. 179.

Մ.Ա. ԴԱՎԹՅԱՆ, Է.Ա. ՄԱՆԹԱՇՅԱՆ, Լ.Գ. ԱՆԱՆՅԱՆ

ԷԿՉՈՊԻՐՈՏԵԱԶՆԵՐԻ ԿԵՆՍԱՍԻՆԹԵԶԸ ԲԱԶԻԴԻՈՍԻՑԵՏՆԵՐՈՒՄ  
ԽՈՐՔԱՅԻՆ ԱՃԵՑՄԱՆ ՊԱՅՄԱՆՆԵՐՈՒՄ

## Ամփոփում

Ցույց է տրված էկզոգեն պրոտեազների կենսասինթեզի հնարավորությունը *Flammulina velutipes* և *Panus tigrinus* սնկերում համապատասխան սննդամիջավայրերի ընտրությամբ, որոնք հանդիսանում են գյուղատնտեսության և սննդարդյունաբերության թափոններ: Փորձարկված սննդամիջավայրերը անհրաժեշտ հանքային բաղադրամասերի ավելացումով ապահովում են օպտիմալ պրոտեազների կենսասինթեզը: Ինչպես պրոտեազները, այնպես էլ ներքջջային ազատ ամինաթթուները, որոնք չեն ներգրավվում պրոտեազների կենսասինթեզի մեջ, արտազատվում են կուլտուրալ հեղուկ:

BIOSYNTHESIS OF EXOPROTEASES BY BASIDIOMYCETES UPON  
SUBMERGED CULTIVATION

Summary

The possibility of biosynthesis of exoproteases by mushrooms *Flammulina velutipes* and *Panus tigrinus* is shown by means of selection of the appropriate nutrient medium, being the waste of a food- and agricultural industry. The tested nutrient medium, considering the addition of proper quantity of mineral components, provides optimum biosynthesis of proteases. Proteases and intracellular free amino acids, not involved in biosynthesis of proteases, are allocated in cultural liquid.

УДК 612.8+591.18

С. В. АМИРЯН

## ОСОБЕННОСТИ ИЗМЕНЕНИЯ ЭЛЕКТРИЧЕСКОЙ АКТИВНОСТИ ОДИНОЧНЫХ ИНТЕРНЕЙРОНОВ СПИННОГО МОЗГА ПОД ВЛИЯНИЕМ РАЗЛИЧНЫХ ДОЗ ЯДА *VIPERA RADDEI* В НОРМЕ И ПАТОЛОГИИ

В острых экспериментах на интактных спинальных крысах и таковых, подверженных хронической гемисекции спинного мозга, исследовалось воздействие большой и малой доз яда армянской гадюки (*Vipera raddei*) на фоновую и вызванную электрическую активность одиночных интернейронов пояснично-крестцового отдела и фокальные потенциалы спинного мозга. Проводился статистический анализ (*on-line*). Типичным признаком влияния яда явилось значительное начальное повышение в частоте фоновой активности с последующей депрессией или выраженное позднее облегчение в зависимости от его доз.

Из компонентов змеиных ядов известность приобрели синтетические аналоги тубокурарина, используемые в общей анестезии, – атракуриум [1, 2] и векурониум [3] – в связи с избирательным их действием на важный нейротрансмиттер никотинового ацетилхолинового рецептора, а также аналоги ботулотоксина (типы А, В, F), предотвращающие высвобождение ацетилхолина посредством разрыва специализированных протеинов, участвующих в этом процессе; последние успешно используются для снятия локализованного мышечного спазма при блефароспазме, страбизме, тортиколлисе [4]. Чрезвычайную важность представляют токсины змеиных ядов (ЗЯ), выступающие в качестве ингибитора ангиотензин-конвертирующего энзима (АСЕ) – натурального пептида, ответственного за преобразование неактивного предшественника в локально активный гормон ангиотензин. Последний удлиняет действие локально активного гормона брадикинина, блокируя инактивирующий гормон, что приводит к расширению кровеносных сосудов [5]. При этом имеет место резкое снижение кровяного давления. В качестве аналогов ингибиторов АСЕ получены каптоприл, эналаприл, лизиноприл, широко используемые в клинической практике. Из компонентов змеиных ядов приобрели известность, в частности, аналоги ботулотоксина (типы А, В, F), предотвращающие высвобождение ацетилхолина [4]. Следует отметить, что будущее в создании новых препаратов из змеиных токсинов принадлежит веществам, названным дендротоксинами. Они впервые были обнаружены в яде *Dendroaspis* – протеиновом токсине, на основе которого синте-

зированы важные соединения, избирательно блокирующие или активирующие одни и те же нейрональные калиевые ионные каналы, чем контролируется нервная возбудимость: блокаторы калиевых ионных каналов могут повысить активность поврежденной нервной клетки при нейродегенеративных заболеваниях (Альцгеймерова болезнь); активаторы К-каналов могут уменьшить ненормальную электрическую активность мозга и быть использованы в качестве антисудорожных препаратов при эпилепсии [6, 7]. Помимо вышеотмеченных сфер терапевтического использования змеиных ядов, в настоящее время спектр их применения значительно расширился. В частности достаточно отметить успешное использование эффектов дизинтегринов (*contortrostatin*, димерический дизинтегрин ЗЯ *Agkistrodon contortrix*) в качестве антиканцерогенных средств [8]. Все больший интерес приобретают антиканцерогенные эффекты ЗЯ *Bothrops jararaca* и *Crotalus durissus terrificus*, обусловленные непрямым действием на опухолевые клетки посредством провокации воспалительного ответа, главным образом макрофагов, стимулирующих выработку цитокинов [9].

В настоящей работе исследованы эффекты малых и больших доз яда *Vipera raddei* (VR) в норме и патологии (латеральная гемисекция спинного мозга).

Ранее были опубликованы и представлены к печати работы, посвященные действию яда VR на электрическую активность нейронов спинного мозга у интактных крыс и таковых с хронической гемисекцией спинного мозга [10, 11].

**Материал и методы.** Эксперименты были проведены на 23 зрелых крысах (самцах) весом 200–300г. В острых экспериментах крысы обездвиживались дитилином и переводились на искусственное дыхание. Спинной мозг перерезался под новокаиновой анестезией ультразвуковым ножом на уровнях T<sub>2</sub>–T<sub>3</sub>. Исследовалась экстраклеточная фоновая активность (ФА) 45 одиночных нейронов спинного мозга под влиянием яда VR в малых – 0,5мг/кг и больших – 1,3мг/кг (по сравнению с токсической – 0,77мг/кг) дозах при внутримышечном введении и аппликации лиофилизированного кристалла. Проводилась также регистрация фокальных потенциалов (ФП) в дорзо-вентральном направлении спинного мозга. Часть крыс предварительно (за 3–4 недели) подвергались гемисекции спинного мозга на уровне L<sub>1</sub>–L<sub>2</sub>. В острых экспериментах производилось исследование ФП и ФА у интактных животных, таковых с гемисекцией (через 3–4 недели) на поврежденной (ниже места перерезки) и контрольной (аналогичный противоположный отдел) сторонах. Операционный подход в люмбо-сакральной части позвоночника, регистрация экстраклеточной фоновой активности (ФА) и анализ спайковой активности детально представлены в [1].

**Результаты и их обсуждение.** На примере ФП и импульсных потоков ФА 42 одиночных нейронов спинного мозга (пластины II–VI, по Рекседу) исследовалось действие яда VR у спинальных крыс и таковых с предварительной (за 3 недели) гемисекцией спинного мозга.

Рисунок 1 иллюстрирует изменение амплитуды положительного и отрицательного компонентов ФП спинного мозга в норме и на 5-ой, а также 10-ой мин. после введения яда VR. На рис. 1 видно прогрессивное уменьшение величины отдельных компонентов ФП с момента введения яда и по глу-

бине до 1 мм с последующей их реверсией. Характерно отсутствие эффекта яда на нервные волокна, что показано в G на примере афферентного залпа на раздражение седалищного нерва (*n. ischiadicus*), регистрируемого из задних корешков на месте их входа в спинной мозг в норме (1) и на 5–30 мин. (2–7) после его введения.

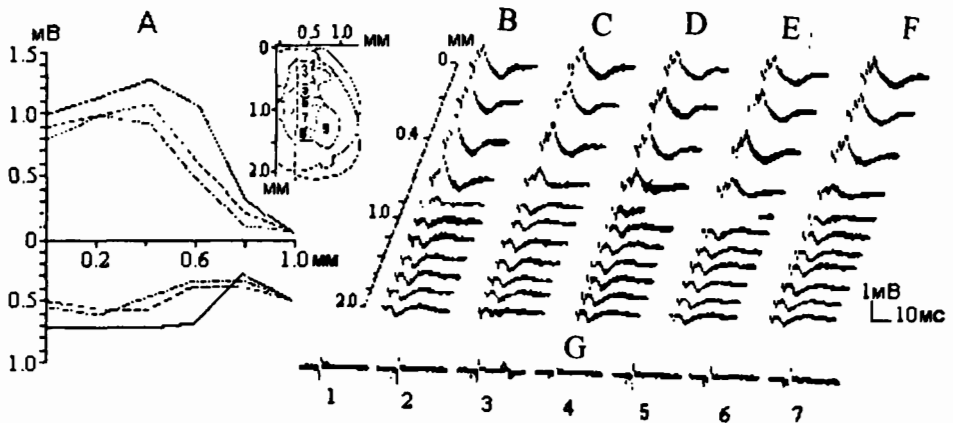


Рис. 1. Воздействие яда армянской гадюки на фокальные потенциалы спинного мозга. А – график изменения амплитуды положительного (выше 0) и отрицательного (ниже 0) отклонений ФП в норме (непрерывная линия), на 5-ой (пунктирная линия) и 10-ой (прерывистая линия) мин. после введения яда VR; по оси ординат и абсцисс – амплитуда в мВ и глубина в мм соответственно; справа от графика – схематическое изображение спинного мозга на уровне L<sub>5</sub>–L<sub>6</sub>, цифрами показаны пластины серого вещества спинного мозга, по Рекседу; пунктирной линией – направление введения микроэлектрода; вертикальная и горизонтальная шкалы – ширина и глубина спинного мозга в мм. В–F – последняя регистрация в дорзо-вентральном направлении ФП в норме, на 5, 10, 15, 20-ой мин. соответственно; слева – глубина отведения в мм. G (1–7) – отведение афферентного залпа в месте входа дорзальных корешков в спинной мозг на раздражение *n. ischiadicus* в норме и на 5, 10, 15, 20, 30-ой мин. соответственно.

На рисунке 2 показано действие яда VR при его аппликации на дорзальную поверхность спинного мозга (А) и внутримышечной инъекции малых доз (В). В зависимости от исходного уровня (А1, В1 – норма) и дозы препарата видно прогрессивное увеличение частоты импульсации на 5–15-ой мин. (А2, А3, А4) после его введения (в 12 раз) с дальнейшим 6-кратным урежением частоты ФА на 20-ой мин. (А5) и последующим внезапным восстановлением до исходного уровня на 25–30-ой мин. (А6, А7). В противоположность этому на рис. 2В видно более чем двукратное урежение частоты импульсации на 5–15-ой мин. (В2, В3) после введения яда с последующим резким учащением на 20-ой мин. (В4) и повторным урежением ФА на 25-ой мин. почти вдвое по сравнению с исходным уровнем (В5).

На рисунке 3 представлены суммарные гистограммы межимпульсных интервалов до и после стимуляции *n. ischiadicus* в норме (А) и два характерных типа изменений последних под воздействием различных доз яда (В, С), где виден более выраженный его эффект при малых дозах. Более того, как показано на В и С, яд оказывает первоначальное возбуждающее и последу-

ющее тормозное действие в одном случае (В) и выраженное облегчение активности в более поздние постстимульные периоды (С) – в другом.

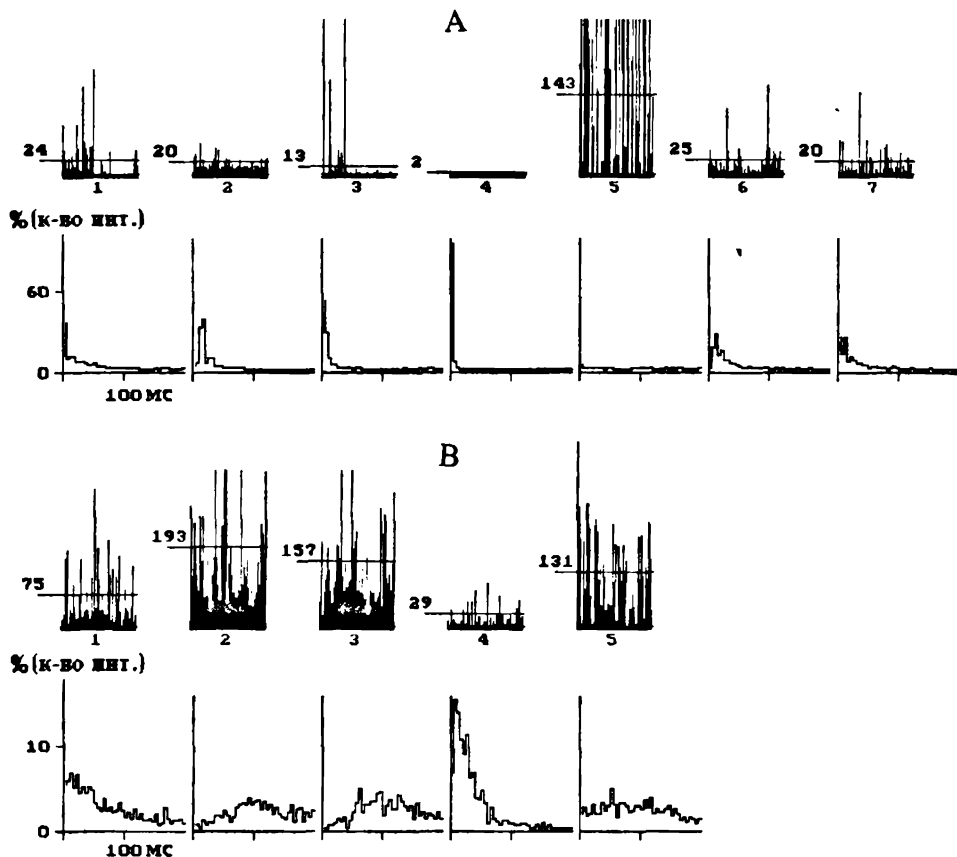


Рис. 2. Эффекты различных доз яда *VR* на фоновно-активные нейроны спинного мозга (пластины II–VI, по Рекседу). А, В – изменения временных параметров нейрональных потоков 2 нейронов (глубина 300, 600 мкм соответственно): в виде произвольно взятых коротких периодов фоновой активности с указанием средних величин межимпульсных интервалов (цифры слева) по вертикали (верхний ряд). Нижний ряд – гистограммы количества межимпульсных интервалов в процентах от общего числа таковых при аппликации кристаллика яда (А) и системном (в/м) введении малой дозы яда (В) в норме (А1), с последующей регистрацией эффектов яда на 5, 10, 15, 25 и 30-ой мин. (А2–А5), 5, 15, 20, 25-ой мин. (В2–В5).

На А–С (1) (слева от ординаты) вычислены следующие параметры ФА: для А  $mean=0,8$ ,  $SD=0,74$ ; для В  $mean=2,53$ ,  $SD=1,58$ . На А–С (1) (справа от ординаты) расчетная тоническая активность для А имеет вид пуассоновского распределения с  $mean=1,86$  и  $SD=1,36$ , для В – также пуассоновского распределения с  $mean=1,74$  и  $SD=1,30$ , для С – соответствует нормальному распределению с  $mean=5,13$  и  $SD=2,13$ . На А–С (2) вид гистограмм амплитуд постспайковой активности не соответствует рассматриваемым распределениям (А, В) и близок к нормальному (С). На А–С (3) расчеты значимости отличия тонической активности от фоновой кумулятивных кривых дают для А  $P<0,001$ ,  $t=265,2$ ,  $df=43$ , для В  $P<0,001$ ,  $t=1,972$ ,  $df=43$ , для С  $P<0,001$ ,  $t=236,8$ ,  $df=43$ , а также первичных участков постстимульной гисто-



граммы ( $mean \pm 2SD$ ) – для А  $P < 0,001$ ,  $t = 284,8$ ,  $df = 107$ , для В  $P < 0,001$ ,  $t = 312,0$ ,  $df = 110$ , для С  $P < 0,001$ ,  $t = 789,0$ ,  $df = 77$ ; для С выражена вторичная активность:  $P < 0,001$ ,  $t = 280,6$ ,  $df = 106$ . Средняя латенция ответа на стимул  $4,1 \pm 1,4$  (А),  $5,2 \pm 1,3$  (В),  $1,8 \pm 1,5$  (мс) (С) и для вторичного ответа  $38,1 \pm 3,3$  (мс) (С).

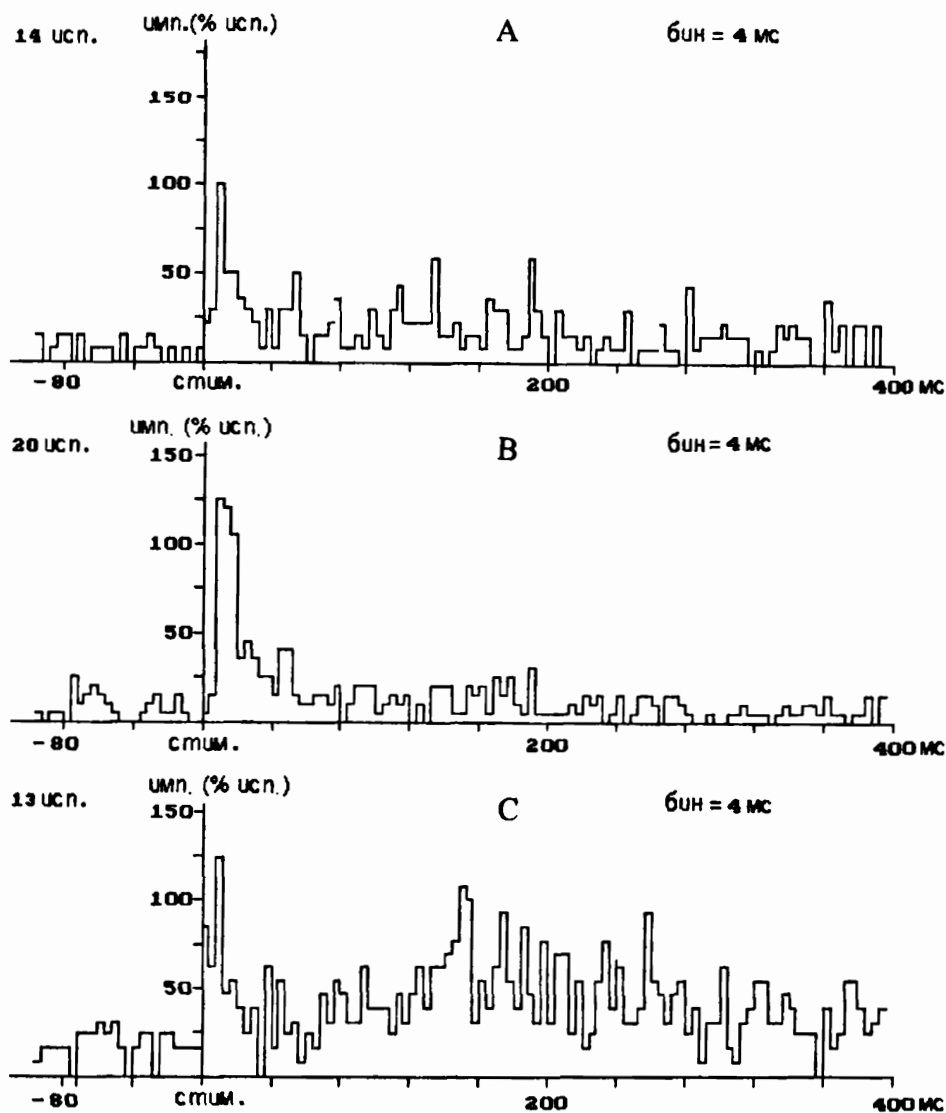


Рис. 3. Спайковая активность нейронов спинного мозга в норме и после воздействия яда (пластины III–VI, по Рекседу). А – норма; В, С – пре- и постстимульные гистограммы меж-импульсных интервалов одиночных фоновоактивных интернейронов спинного мозга в норме (А) и два типа эффектов яда VR (В, С).

Как было отмечено выше, компоненты змеиного яда успешно используются в клинической практике и в качестве самостоятельных средств, и с целью стабилизации и усиления действия других препаратов посредством воздействия, в частности на прекурсоры некоторых локальных гормонов [5]. Наши эксперименты позволяют предложить в качестве такого средства

использование малых доз яда армянской гадюки. Ранее это было представлено в отношении синтетического гормона дексаметазона [10].

**Заключение.** На интактных спинальных крысах и таковых, подверженных травме (хроническая гемисекция спинного мозга), в острых экспериментах испытывалось воздействие различных доз яда армянской гадюки (*Vipera raddei*) на фоновую и вызванную на раздражение седалищного нерва электрическую активность одиночных интернейронов пояснично-крестцового отдела (пластины II–VI, по Рекседу) и на фокальные потенциалы спинного мозга. Проведенный статистический анализ позволил прийти к заключению, что характерным признаком влияния яда является значительное начальное повышение в частоте фоновой активности с последующей депрессией или позднее выраженное облегчение после небольшого начального урежения частоты активности в зависимости от большой и малой дозы яда соответственно. Это свидетельствует в пользу возможности применения малых доз в качестве терапевтического средства – как самостоятельно для восстановления заниженной активности нейронов спинного мозга в патологии, так и в сочетании с другими препаратами (в частности со стероидами) для коррекции, а также стабилизации и пролонгирования их действия.

Кафедра физиологии человека и животных

Поступила 03.12.2001

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Hughes R. In: Handbook of experimental pharmacology (ed. D. A. Kharkevich). Berlin: Springer-Verlag, 1986, p. 259–543.
2. Stenlake J.B. Ibid, 1986, p. 263–276.
3. Bowman W.C., Sutherland G.A. Ibid, 1986, p. 419–443.
4. Jankovic J., Hallett M. Therapy and botulinum toxin. N.-Y.: Marcel-Decker, 1994.
5. Cushman D.W. et al. In: Enzyme inhibitors and drugs (ed. M. Sandler). London: Macmillan, 1980, p. 2310–2478.
6. Rudy B. – Neuroscience, 1988, v. 25, p. 729–749.
7. Cook N.S. Potassium channels structure, classification, function, therapeutic potential. Chichester: Ellis Horwood Ltd., 1990.
8. Zhou Q., Sherwin R.P., Parrish C., Richters V., Groshen S.G., Tsao-Wei D., Arkland F.S. – Breast Cancer Res. Treat., 2000, v. 61, № 3, p. 249–260.
9. da Silva R.J., Fecchio D., Barraviera B. – J. Venom. Anim. Toxins, 1997, v. 3, № 2.
10. Sarkissian J.S., Kipriyan T.K., Grigorian Y.Kh, Sarkissian E.J., Amiryany S.V., Chavushyan V.A., Avetisyan Z.A. – Westnik JAEL.PS. S.-Pb., (Yerevan), 1999, v. 15, № 3, p. 127–132.
11. Амирян С.В. – Ученые записки ЕГУ, 2002, № 3, с. 100.

#### Ս.Վ. ԱՄԻՐՅԱՆ

ՈՂՆՈՒՂԵՂԻ ՄԵԿԱԿԱՆ ՆԵՐՂԻՐ ՆԵՅՐՈՆՆԵՐԻ ԷԼԵԿՏՐԱԿԱՆ ԱԿՏԻՎՈՒԹՅԱՆ ՓՈՓՈԽՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ԱՌԱՆՁՆԱՀԱՏԿՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԸ *VIPERA RADDEI* ԹՈՒՅՆԻ ՏԱՐԲԵՐ ԴՈՉԱՆԵՐԻ ԱՉԴԵՑՈՒԹՅԱՆ ՏԱԿ ԲՆԱԿԱՆՈՆ ԵՎ ԱԽՏԱԲԱՆՈՒԹՅԱՆ ՊԱՅՄԱՆՆԵՐՈՒՄ

#### Ամփոփում

Ինտակտ (բնականոն) և հեմիսեկցիայի ենթարկված ողնուղեղային առնետների վրա դրված սուր փորձերում հետազոտվել է հայկական իժի

(*Vipera raddei*) թույնի փոքր և մեծ դոզաների ազդեցությունը նրանց ելքային և հրահրված ողնուղեղի գոտկա-սրբանային բաժնի (II–VI շերտերը՝ ըստ Ռեքսեդի) մեկական ներդիր նեյրոնների էլեկտրական ակտիվության և ֆոկալ պոտենցիալների վրա: Կատարվել է համակարգչային վիճակագրական վերլուծություն (*on-line*): Թույնի ազդեցության բնորոշ հատկությունն է ֆոնային ակտիվության սկզբնական նշանակալի մեծացումը, որը փոխարինվում է ճնշմամբ (դեպրեսիայով) կամ հետագա արտահայտված քեթևացումով՝ կախված դոզայից:

S.V. AMIRIAN

PECULIARITIES OF CHANGES OF ELECTRICAL OF ACTIVITY OF SINGLE INTERNEURONES OF THE RAT'S SPINAL CORD ON INFLUENCE OF *VIPERA RADDEI* VENOM IN NORM AND PATHOLOGY

Summary

The influence of small and large doses of Armenian adder (*Vipera raddei*) venom on the basic and evoked (stimulation of *n. ischiadicus*) electrical activity of single interneurones of lumbo-sacral area (II–VI lamines at Rexed) and focal potentials of spinal cord on intact spinal rats and rats with chronic hemisection was investigated in acute experiments. The statistical analysis on-line was done. Significant increase of fone activity rate in the beginning and following depression or pronounced late lightning of it according to the venom dose was revealed.

УДК 577. 323

К.А. БАГРАМЯН

## ФОРМИАТ–ВОДОРОД-ЛИАЗА: НОВЫЙ ВЗГЛЯД НА ЭНЕРГОЗАПАСАЮЩУЮ РОЛЬ ФЕРМЕНТА БРОЖЕНИЯ

Формиат–водород-лиаза (ФВЛ), фермент анаэробного брожения *E. coli*, имеет очевидную эволюционную связь с комплексом НАДН–убихинон-оксидоредуктаза (комплекс I), известным энергоконсервирующим фрагментом дыхательной цепи, и [NiFe]-гидрогеназами, обладающими способностью транслоцировать протоны. ФВЛ активность является также  $F_0F_1$ - $H^+$ -АТФаза-зависимой как у *E. coli*, так и у *S. typhimurium*. Детальное сравнение структурных и функциональных особенностей ФВЛ с ферментами, обладающими свойством электрогенной протонной помпы, позволяет предположить, что в условиях дефицита энергии при анаэробном брожении компоненты ФВЛ, гидрогеназы, сопрягая электронный транспорт с транслокацией протонов, обладают энергозапасающей функцией.

**Формиат–водород-лиаза (ФВЛ) и производство  $H_2$  бактериями *E. coli*.** *E. coli* – один из типичных членов нормальной кишечной флоры животных, некоторые его штаммы являются важными патогенами, приводящими к кишечным и мочеполовым инфекциям. Это – факультативно анаэробная бактерия, способная, кроме кислорода, в качестве терминального акцептора дыхательной цепи утилизировать альтернативные субстраты, такие, как фумарат или нитрат, и в их отсутствие получать энергию в процессе смешанно-кислотного брожения углеводов. Гексозы, такие, как глюкоза, окисляются до пирувата по способу Эмбдена–Мейергоффа–Парнаса. Пируват затем конвертируется до формиата и ацетил-СоА с помощью пируват–формиат-лиазы, ключевого фермента брожения. Ацетил-СоА далее конвертируется до ацетата в стадии синтеза АТФ. Конверсия одного моля глюкозы до двух молей ацетата и двух молей формиата приводит к образованию двух молей НАДН (рис. 1). Для поддержания редокс-баланса НАДН должен быть реокислен. *E. coli* использует три различных способа для осуществления редокс-баланса: конверсию фосфоенолпирувата до сукцината, восстановление пирувата до лактата и восстановление ацетил-СоА до этанола. Соотношение конечных продуктов может значительно варьировать в зависимости от условий (напр., при различных значениях рН).

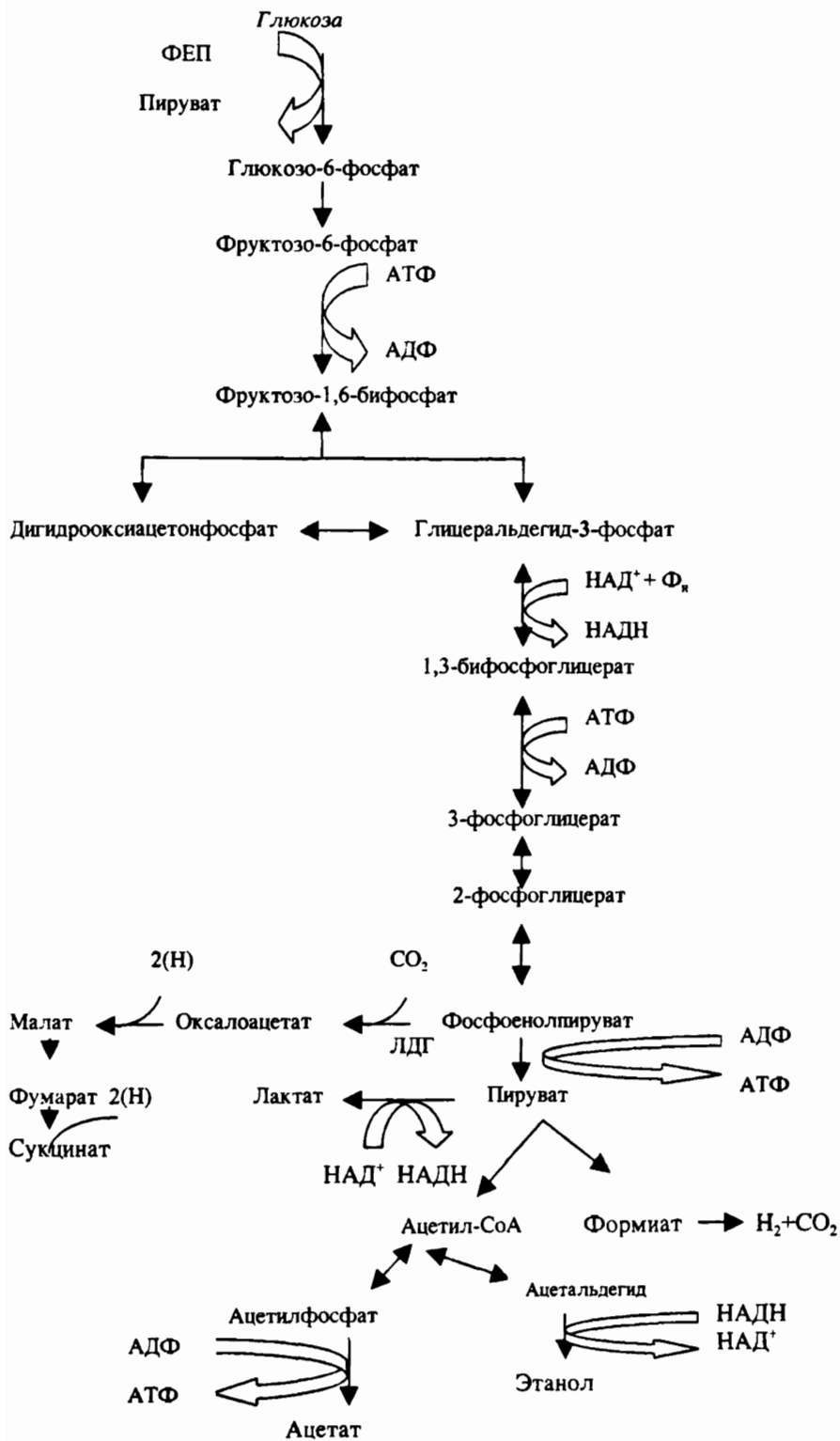


Рис. 1. Схема смешанно-кислотного брожения у *E. coli*.

*E. coli* обладает ферментным комплексом ФВЛ, который способен конвертировать формиат до  $\text{CO}_2$  и  $\text{H}_2$  и, следовательно, уменьшать продукцию кислот, контролируя рН. Эта ферментная система специфически индуцируется при низком рН и высокой концентрации формиата [1].

Исследования Бока с соавторами [2–4] показали, что ФВЛ состоит из нескольких компонент. Селенсодержащая формиат-дегидрогеназа (ФДГ, Н), катализирующая окисление формиата до  $\text{CO}_2$  и ( $\text{H}^+ + \text{e}^-$ ) с участием  $\text{НАД}^+$ , кодируется несколькими генами, ее каталитическая субъединица с молекулярной массой 80 кДа кодируется геном *fdhF* [5]. Гидрогеназа 3 (ГЗ), устанавливающая равновесие в реакции  $\text{НАДН} + \text{H}^+ \rightarrow \text{НАД}^+ + \text{H}_2$ , кодируется *huc* опероном, один из генов которого, *hucE*, кодирует железо-серный белок с молекулярной массой 65 кДа, гомологичный большой субъединице других гидрогеназ [2]. Генпродукт НусН не является частью функционально активного комплекса ФВЛ, но необходим, возможно, для превращения предшественника большой субъединицы ГЗ в зрелую форму [4]. Количество генпродуктов других генов оперона намного превышает количество белков в активной гидрогеназе, по-видимому, специфически действуя на активность ФДГ, Н или ГЗ или обеих вместе взятых. Предполагается, что синтез компонент этого комплекса зависит от функциональной активности других генов [2, 6]. Авторы полагают, что FdhF и HucE являются периферическими белками мембраны, взаимодействующими с остальными генпродуктами *huc* оперона. Возможно, что при образовании функционально активного комплекса ФВЛ имеет место и взаимодействие его с другими белками. У *E. coli* были идентифицированы два пути, участвующие в метаболизме  $\text{H}_2$ , каждый из которых нуждался в гидрогеназной активности. В таких условиях *E. coli* способна синтезировать три [NiFe]-гидрогеназы, описанные как гидрогеназа 1 (Г1, Нуа), гидрогеназа 2 (Г2, Нуб) и гидрогеназа 3 (ГЗ, Нус) [1, 2, 4, 7–12].

Г2 окисляет  $\text{H}_2$  до  $\text{H}^+$ , являясь донором электронов, в хиноновый пул. Этот фермент играет роль якоря в мембране, но большая часть его, как предполагается, имеет периплазматическую ориентацию благодаря его способности окислять  $\text{H}_2$  [10]. Сравнение с данными по исследованию родственной гидрогеназы из *W. succinogens* [13–15] показало, что Г2 содержит якорную субъединицу (по образцу цитохрома  $\psi$ ), которая опосредует транспорт электрона в хиноновый пул. Окисление  $\text{H}_2$  поддерживает трансмембранную транслокацию  $\text{H}^+$  к фумарату как электронному акцептору. Этот энергозапасующий путь позволяет организму расти на таком неферментальном источнике углерода, как фумарат, в присутствии  $\text{H}_2$ . Г1 имеет очень сходную с Г2 молекулярную архитектуру (рис. 2), но ее физиологическая роль еще не полностью понята [9, 16].

ГЗ отличается от стандартных [NiFe]-гидрогеназ, описанных выше. Она является компонентой цитоплазматического мембранно-ассоциированного комплекса ФВЛ, который конвертирует формиат до  $\text{CO}_2$  и  $\text{H}_2$ . Этот комплекс, локализованный на внутренней поверхности цитоплазматической мембраны [10], содержит ФДГ, Н, электронпереносящий белок НусВ и ГЗ. Внутриклеточная концентрация формиата абсолютно необходима для биосинтеза комплекса ФВЛ. Когда *E. coli* растет при нейтральном рН, фор-

миат экспортируется из клетки и комплекс ФВЛ синтезируется на очень низком уровне [17, 18], т.е. его образование индуцируется в процессе брожения при низком рН, высокой концентрации формиата и репрессируется экзогенными электронными акцепторами, такими, как кислород и нитраты [17]. Как только внеклеточная концентрация продуктов брожения повышается, оно сопровождается понижением рН среды. Чтобы компенсировать падение рН, формиат начинает поступать через белок FocA (формиатный канал) за счет протон-симпортного механизма. После достижения критической внутриклеточной концентрации формиат активирует FhIA-регуляторный белок, который затем индуцирует экспрессию гена *fdhF* (кодирующего ФДГ, H) и *huc* оперона, кодирующего электронные переносчики и ГЗ [17, 18]. Накопленный формиат постепенно окисляется до  $\text{CO}_2$ , а электроны используются для восстановления  $\text{H}^+$  до  $\text{H}_2$ . Образовавшийся  $\text{H}_2$  может затем как диффундировать из клетки наружу, так и реокисляться за счет Г1 и Г2 и использоваться в качестве источника энергии. Следовательно, ФВЛ путь формирует рН-гомеостаз в клетке. Андрус с соавторами [19] показал, что *E. coli* обладает дополнительным опероном, который кодирует новую, ранее неидентифицированную [NiFe]-гидрогеназу – Г4 (Huf). Г4, предполагается, вместе с ФДГ, H формирует второй ФВЛ-2 путь. Однако до сих пор не обнаружен фенотип для оперона, кодирующего эту гидрогеназу, и существование комплекса ФВЛ-2 еще не подтвердилось.

**Гидрогеназы, подобные ГЗ из *E. coli*.** ГЗ из *E. coli* принадлежат маленькой группе мембранно-связанных [NiFe]-гидрогеназ. Члены этой семьи включают Ech-гидрогеназу из *M. barkeri* [20, 21], СО-индуцируемые гидрогеназы из *R. rubrum* [22, 23] и *C. hydrogenoformans* [24–26]. Вообще высокая степень подобия, обнаруживаемая между всеми типами [NiFe]-гидрогеназ, и универсальность в водородном метаболизме, встречающаяся среди микроорганизмов, говорят о том, что способность микробов к метаболизму водорода имеет огромную важность и древнейшее происхождение.

Характерным для всех этих мембранно-связанных гидрогеназ является то, что они содержат шесть законсервированных субъединиц, четыре из которых являются гидрофильными, а две – интегральными мембранными белками. Обе гидрофильные субъединицы (HucE и HucG в ГЗ *E. coli*) относятся к большой и малой субъединицам, законсервированным во всех [NiFe]-гидрогеназах. Полное подобие последовательности, однако, очень невелико. Кроме того, малая субъединица гидрогеназы значительно меньше той, что встречается у стандартных [NiFe]-гидрогеназ, и содержит только цистеиновые лиганды для проксимального [4Fe4S]-кластера. Эти субъединицы больше обладают сходством, как будет описано ниже [27, 28], с субъединицами энергозапасующей НАДН-убихинон-оксидоредуктазы (комплекс I). Сравнение стандартных [NiFe]-гидрогеназ, ГЗ из *E. coli* и подобных ферментов с комплексом I изображено на рис. 2. Эти мембранно-связанные гидрогеназы содержат по крайней мере четыре дополнительных субъединицы, не обнаруженные в стандартных [NiFe]-гидрогеназах. При этом дополнительные субъединицы имеют свои гомологи в комплексе I. Резюмируя, следует отметить, что каждый оперон кодирует большую субъединицу гидрогеназы (которая содержит 4 законсервированных цистеиновых остатка

– лиганды бинуклеарных [NiFe]-активных сайтов), малую субъединицу гидрогеназы (которая содержит обязательный участок для одного [4Fe4S]-кластера), маленький железо-серный белок (без видимых редокс-центров) и один дополнительный гидрофильный белок, который в случае ГЗ из *E. coli* соединен с большой субъединицей гидрогеназы (рис. 2). Эта группа мульти-субъединичных мембранно-связанных [NiFe]-гидрогеназ была обозначена как гидрогеназы, подобные ГЗ из *E. coli* [20].

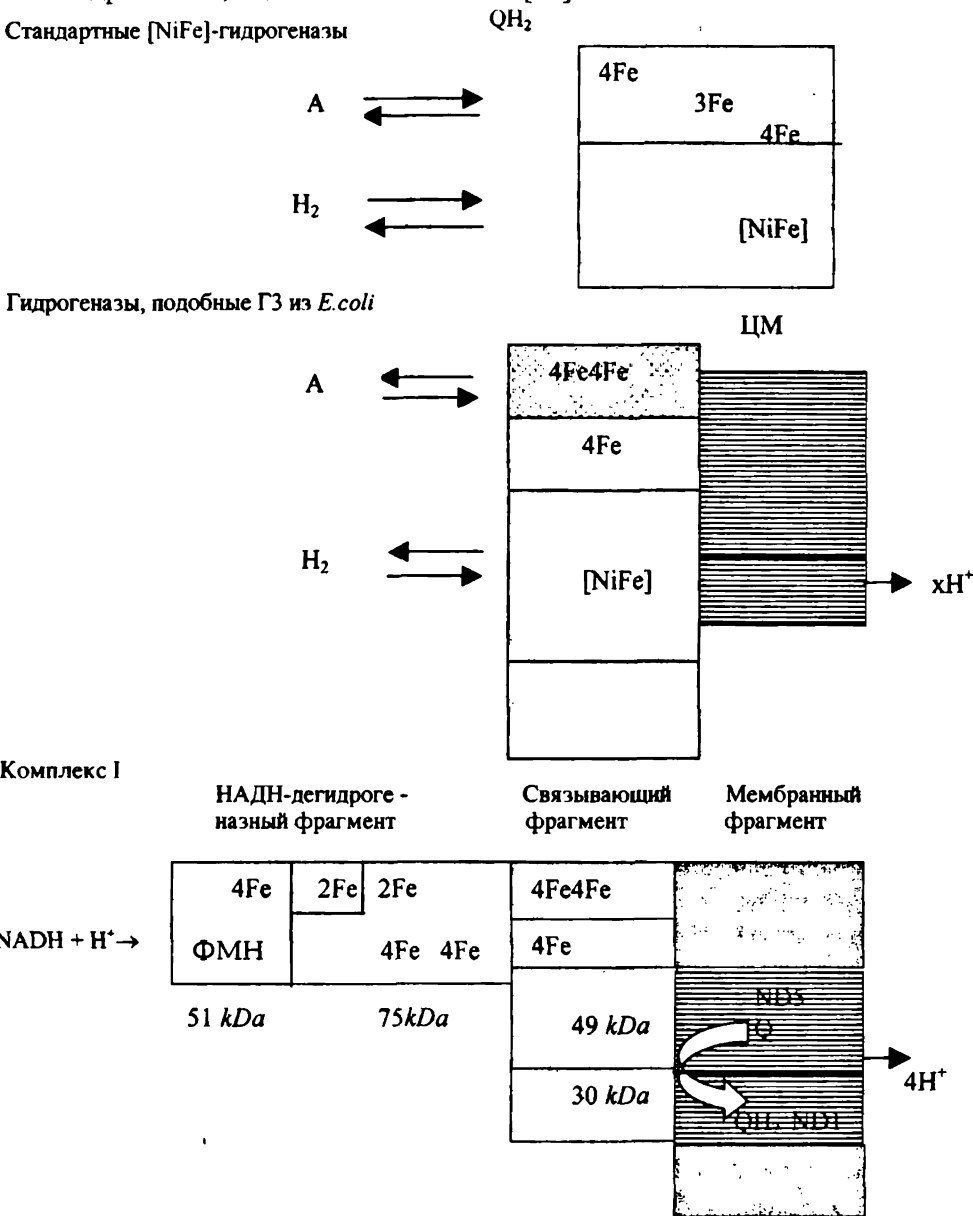


Рис. 2. Схематическое представление общих белковых модулей в стандартных [NiFe]-гидрогеназах, в гидрогеназах, подобных ГЗ из *E. coli* и в комплексе I (*Bos taurus*). Сокращения: [NiFe] – бинуклеарный [NiFe]-активный сайт гидрогеназы, 4Fe – [4Fe4S] кластер, 2Fe – [2Fe2S] кластер, ФМН – флавинмононуклеотид, Q – убинон, А – электронный донор/акцептор, ЦМ – цитоплазматическая мембрана.



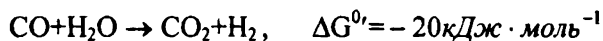
Остальные члены этого класса мультисубъединичных мембранно-связанных [NiFe]-гидрогеназ – Eha- и Ehb-гидрогеназы – из метаногенного археона *M. marburgensis* [29, 30] и Mbh-гидрогеназа из гипертермофильного археона *P. furiosus* [31]. Однако структура этих ферментов представляется более сложной по сравнению с близкими им [NiFe]-гидрогеназами. Протон-помпирующая НАДН-убихинон-оксидоредуктаза, называемая дыхательным комплексом I, – первый из комплексов дыхательной цепи, обеспечивающий протондвижущей силой такой энергопотребляющий процесс, как синтез АТФ. Комплекс I был обнаружен как у прокариот (в цитоплазматической мембране), так и у эукариотических клеток (на внутренней митохондриальной мембране). Наиболее интенсивно этот комплекс изучен у *E. coli*. Он составлен из 13 субъединиц и может быть сгруппирован в три различных фрагмента: НАДН-дегидрогеназу, связывающий фрагмент и мембранный фрагмент, представляющие собой модули с различными функциями [32]. НАДН-дегидрогеназный фрагмент содержит три субъединицы и опосредует электронный транспорт от НАДН к железосерному кластеру связывающего фрагмента, который сформирован из 4 субъединиц, напрямую взаимодействующих с мембранной частью фермента. Последние исследования комплекса I привели к предположению, что 4 субъединицы связывающего фрагмента играют важную роль для функционирования фермента как ионной помпы [33]. Мембранный фрагмент комплекса I из *E. coli* составлен из 7 субъединиц, а 13 субъединиц, присутствующих в *E. coli*, идентифицированы и в митохондриальном комплексе I, который содержит 28 дополнительных субъединиц [27, 28, 34]. Гидрогеназы, подобные ГЗ из *E. coli*, содержат субъединицы с такой же последовательностью, с какой она проявляется у связывающего и мембранного фрагментов комплекса I, но не у НАДН-дегидрогеназного фрагмента.

Субъединицы из гидрогеназ, подобных ГЗ из *E. coli* и комплексу I

<i>E. coli</i> , Нус	Особенности	<i>M. barkeri</i> , Ech	<i>R. rubrum</i> , <i>C. hydroge- noformans</i> , Coo	<i>E. coli</i> , комплекс I	<i>Bos Taurus</i> , комплекс I
НусС	мембранный белок	EchA	CooM	NuoL,M,N	ND2,4,5
НусD	мембранный белок	EchB	CooK	NuoH	ND1
НусG	малая субъединица гидрогеназы	EchC	CooL	NuoB	PSST
НусЕ, N-конц.	гидрофильный белок	EchD	CooU	NuoC	30 kDa
НусЕ	большая субъединица гидрогеназы	EchE	CooH	NuoD	49 kDa
НусF	2[4Fe4S] белок	EchF	CooX	NuoI	ТҮKY

Приведенная таблица суммирует некоторые особенности различных субъединиц ГЗ и демонстрирует их связь с таковыми трех других мембранно-связанных гидрогеназ, бактериальной гидрогеназы (*E. coli*) и митохондриального (*Bos taurus*) комплекса I.

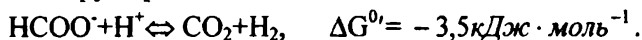
Предполагаемая физиологическая роль гидрогеназ, подобных ГЗ из *E. coli*. Основываясь на подобиях последовательности субъединиц НАДН-убихинон-оксидоредуктазы, катализирующей перенос электрона от НАДН к убихинону и сопрягающей эту реакцию с транслокацией ионов через митохондриальную и бактериальную мембраны, и гидрогеназ, подобных ГЗ из *E. coli*, и основываясь на их локализации в цитоплазматической мембране, приходим к выводу о том, что последние ферменты, возможно, помпируют ионы. СО-индуцируемая гидрогеназа из *R. rubrum* и *C. hydrogenoformans* совместно с карбон-монооксид-дегидрогеназой (КМД) катализирует следующую реакцию:



Поскольку *R. rubrum* и *C. hydrogenoformans* могут расти в темноте с СО как единственным источником энергии, эта реакция должна быть сопряжена с консервированием энергии. Изменение свободной энергии, ассоциированной в этой реакции, не доступно для синтеза АТФ на уровне субстратного фосфорилирования, поскольку для такой цели требуется в условиях *in vivo* около 60–80 кДж · моль<sup>-1</sup> [35]. По этой причине для синтеза АТФ в данных условиях требуется работа хемиосмотического механизма [36]. С учетом того, что КМД является растворимым ферментом [22], было предположено, что гидрогеназа – это место запасания энергии за счет ее ионпомпирующей функции. Eсh-гидрогеназа, очищенная из клеток *M. barkeri* [20, 21], является метаногенным археомом и способна производить H<sub>2</sub> из ацетата в процессе метаногенеза. Ацетат является источником СО через декарбонизацию ацетил-СОА ацетил-СоА-синтетаз–КМД.

Последовательное окисление СО до СО<sub>2</sub> обеспечивает восстановительными эквивалентами процесс, необходимый для производства H<sub>2</sub> из Н<sup>+</sup>. Суспензия ацетат-растущих клеток из *M. barkeri* катализировала конверсию СО до СО<sub>2</sub> и H<sub>2</sub> (когда формирование метана ингибировалось), которая сопряжена с транслокацией протонов через цитоплазматическую мембрану [37–39]. Эта реакция, катализируемая Eсh-гидрогеназой, сравнима с той, что была представлена выше для *R. rubrum* и *C. hydrogenoformans*.

На основании наших умозаключений был сделан вывод, что [NiFe]-гидрогеназы в этих организмах, возможно, функционируют как ионные помпы. Таким образом, абсолютно логично было предположить, что и ФВЛ реакция в *E. coli* может быть сопряжена с запасанием энергии. ГЗ совместно с ФДГ, Н катализирует реакцию



В естественных условиях (низкое парциальное давление и кислый рН) эта реакция становится также экзергонической (около –20 кДж · моль<sup>-1</sup>) [19]. Следовательно, ФВЛ реакция может быть сопряжена с конверсией энергии. Местом консервации энергии в данном случае может быть гидрогеназа, т.к. только данный фермент является интегральным мембранным белком в комплексе.

Окисление формиата, сопряженное с быстрым закислением среды, в которых отсутствовали обе, Г1 и Г2, гидрогеназы было зафиксировано на целых клетках *E. coli*. Интенсивность закисления зависела от количества добавленного формиата. Средняя величина отношения  $H^+$ /формиат достигала 1,3. Выброс протонов ингибировался с помощью протонифора карбонилхлорид-*m*-фенилгидразона (КХФГ). Вывернутые везикулы из *E. coli* транслоцировали протоны в процессе окисления формиата при рН 6,5. Интенсивность защелачивания также зависела от количества добавленного формиата. Максимальное отношение  $H^+$ /формиат для данной реакции было близко к 0,6. Окисление формиата вывернутыми везикулами *E. coli* ( $\Delta hya^+ \Delta hyb^+$ ) было чувствительно к протонифору КХФГ. Эти данные свидетельствовали о том, что Г3 (*huc*), компонента ФВЛ *E. coli*, действительно ответственна за транслокацию протонов при низком значении рН среды.

Еще один факт указывает на то, что существует связь между ФВЛ активностью,  $F_0F_1$ -АТФазной активностью и поглощением калия у *E. coli* [40, 41]. Ион калия является основным внутриклеточным катионом для всех типов клеток и в основном поглощается через *TrkA* [42]. Наши исследования показали, что анаэробно выращенные *E. coli*, осуществляющие брожение на глюкозе, поглощают  $K^+$  в две последовательные стадии [43, 44]. Первая стадия зависит от  $H^+$ -транслоцирующей  $F_0F_1$ -АТФазы и *TrkA*, тогда как вторая – требует только  $F_0$  (но не  $F_1$ ) компоненту АТФазы вместе с *TrkA*-системой. Это указывает на то, что *TrkA*- и  $F_0F_1$ -системы сопряжены по крайней мере в условиях анаэробного брожения с формированием АТФ-зависимой помпы, генерирующей высокий градиент  $K^+$  через мембрану для стабилизации  $\Delta\mu_{K^+}$ . Механизм, осуществляющий такое сопряжение, чрезвычайно интересен как с энергетической, так и структурной точек зрения.

Наши последние данные [43, 45] показали, что, подобно опосредованному через *TrkA* поглощению  $K^+$ , ФВЛ активность также является  $F_0$ -зависимой. Более того, наши результаты [43] указывают на то, что активность Г3 необходима для ферментативного поглощения  $K^+$  *TrkA*-системой. Производство  $H_2$  в штаммах *E. coli* с мутациями в  $F_0F_1$ -АТФ-синтетазе, растущих в условиях ферментации, исчезает [40, 41, 43], указывая на то, что ФВЛ неактивна в этих клетках. В ФВЛ мутантах поглощение  $K^+$  через *TrkA*-систему нарушается, исчезают все характеристики сопряженного обмена [43].

Необходимость  $F_0F_1$  для ФВЛ активности у *S. typhimurium* была также продемонстрирована в независимой работе Сасахары с соавторами [46]. И хотя роль ФВЛ в протонно-калиевой обменной реакции еще недостаточно исследована, можно однозначно констатировать, что она генерирует протон-движущую силу, которая необходима для функционирования *TrkA*-системы.

Кафедра биофизики

Поступила 25.12.2001

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Bock A., Sawers G. Fermentation. In *Escherichia coli and Salmonella. Cellular and Molecular Biology*. Edt. By Neidhardt F.C. Washington, D.C. American Society for Microbiology, 1996, p.262–282.

2. **Bohm R., Sauter M., Bock A.** – Mol. Microbiol., 1990, v. 4, p. 231–243.
3. **Shlensog P. and Bock A.** – Mol. Microbiol., 1990, v. 4, p. 1319–1327.
4. **Sauter M., Bohm R., Bock A.** – Mol. Microbiol., 1992, v. 6, p. 1523–1532.
5. **Axley M.J., Grahame D.A. and Stadtman T.C.** – J. Biol. Chem., 1990, v. 265, p. 18213–18218.
6. **Birkmann A., Sawers R.G., Bock A.** – Mol. Gen. Genet., 1987, v. 210, p. 535–542.
7. **Ballantine S.P., Boxer D.H.** – J. Bacteriol., 1985, v. 163, p. 454–459.
8. **Sawers R.G., Ballantine S.P., Boxer D.H.** – J. Bacteriol., 1985, v. 164, p. 1324–1331.
9. **Menon N.K., Robbins J., Peck H.D., Chatelus C.Y., Choi E.S., Przybyla A.E.** – J. Bacteriol., 1990, v. 172, p. 1969–1977.
10. **Sawers G.** – A. v. Leeuwenhoek, 1994, v. 66, p. 57–88.
11. **Gennis R.B., Stewart V.** Respiration. In *Escherichia coli and Salmonella. Cellular and Molecular Biology*. Edt. By Neidhardt F.C. Washington, D.C.: American Society for Microbiology, 1996, p.217–261.
12. **Sargent F., Ballantine S.P., Rugman P.A., Palmer T., Boxer D.H.** – Eur. J. Biochem, 1998, v.255, p. 746–754.
13. **Dross F., Geisler V., Lenger R., Theis F., Krafft T., Fahrenholz F., Kojro E., Duchene A., Tripier D., Juvenal K.** – Eur. J. Biochem., 1993, v. 214, p. 949–950.
14. **Gross R., Simon J., Theis., Kroger A.** – Arch. Microbiol., 1998, v. 170, p. 50–58.
15. **Adams M.W., Steifel E.I.** – Curr. Opin. Chem. Biol., 2001, v. 4, p. 214–220.
16. **Blokesch M., Magalon A., Bock A.** – J. Bacteriol., 2001, v. 183, p. 2817–2822.
17. **Rossmann R., Sawers G., Bock A.** – Mol. Microbiol., 1991, v. 5, p. 2807–2814.
18. **Suppmann B., Sawers G.** – Mol. Microbiol., 1994, v. 11, p. 965–982.
19. **Andrews S.C., Berks B.C., McClay J., Ambler A., Quail M.A., Golby P., Guest J.R.** – Microbiology, 1997, v. 143, p. 3633–3647.
20. **Kunkel A., Vorholt J.A., Thauer R.K., Hedderich R.** – Eur. J. Biochem., 1998, v. 252, p. 467–476.
21. **Meuer J., Bartoschek S., Koch J., Kunkel A., Hedderich R.** – Eur. J. Biochem., 1999, v. 265, p.325–335.
22. **Fox J.D., He Y.P., Shelver D., Roberts G.P., Ludden P.W.** – J. Bacteriol., 1996a, v. 178, p.6200–6208.
23. **Fox J.D., Kerby R.L., Roberts G.P., Ludden P.W.** – J. Bacteriol., 1996b, v. 178, p. 1515–1524.
24. **Svetlichny V.A., Sokolova T.G., Gerhardt M., Kostrikina N.A., Zavarzin G.A.** – Microbial Ecology, 1991a, v. 21, p. 1–10.
25. **Svetlichny V.A., Sokolova T.G., Gerhardt M., Ringpfeil M., Kostrikina N.A., Zavarzin G.A.** – System. Appl. Microbiol., 1991b, v. 14, p. 254–260.
26. **Soboh B.** Reinigung und Charakterisierung eines CO-oxidierenden/H<sub>2</sub>-bildenden Enzymkomplexes aus der Membranfraktion von Carboxydotherrmus hydrogenoformans, Marburg. Philipps University Marburg, 2001.
27. **Friedrich T., Weiss H.** – J. Theor. Biol., 1997, v. 187, p. 529–540.
28. **Friedrich T., Scheide D.** – FEBS Lett., 2001, v. 479, p. 1–5.
29. **Tersteegen A., Hedderich R.** – Eur. J. Biochem., 1999, v. 264, p. 930–943.
30. **Stojanovich A.** Nachweis der membrangebundenen hydrogenasen Eha und Ehb in Methanothermobacter marburgensis und Methanothermobacter thermoautotrophicus und Einfluß des Wasserstoff-partialdrucks im Kulturmedium auf die Bildung dieser Enzyme. Marburg. Philipps University Msarbutrg, 2000.
31. **Silva P.J., van den Ban E.C., Wassink H., Haaker H., de Castro B., Robb F.T., Hagen W.R.** – Eur. J. Biochem., 2000, v. 267, p. 6541–6551.
32. **Leif H., Sled V.D., Ohnishi T., Weiss H., Friedrich T.** – Eur. J. Biochem., 1995, v. 230, p. 538–548.
33. **Albracht S.P.J., Hedderich R.** – FEBS Lett., 2000, v. 485, p. 1–6.
34. **Albracht S.P.J., Mariette A., de Jong P.** – Biochim. Biophys. Acta, 1997, v. 1318, p. 92–106.
35. **Thauer R.K., Jungermann K., Decker K.** – Bacteriol. Rev., 1977, v. 41, p. 100–180.
36. **Mitchell P.** – Biol. Rev. Camb. Philos. Soc., 1966, v. 41, p. 445–502.
37. **Bott M., Eikmanns B., Thauer R.K.** – Eur. J. Biochem., 1986, v. 159, p. 393–398.
38. **Bott M., Thauer R.K.** – Eur. J. Biochem., 1987, v. 168, p. 407–412.
39. **Bott M., Thauer R.K.** – Eur. J. Biochem., 1989, v. 179, p. 469–472.
40. **Bagramyan K.A., Martirosov S.M.** – FEBS Lett., 1989, v. 246, p. 149–152.

41. Bagramyan K.A., Trchounian A.A. – Biophysics. 1993, v. 38, p. 701–706.
42. Epstein W., Buurman E., McLaggan D., Naprstek J. – Biochem. Soc. Trans., 1993, v. 21, p.1006–1010.
43. Trchounian A.A., Bagramyan K.A., Poladian A.A. – Current Microbiol., 1997, v. 35, p. 201–206.
44. Trchounian A.A., Bagramyan K.A., Ohandjanian E.S., Vassilian A.V., Zakharian E.G., Davtian M.A. – Biosci. Rep., 1998, v. 18, p. 143–154.
45. Trchounian A.A., Bagramyan K.A., Vassilian A.V., Poladian A.A. – Membr. Cell Biol., 2000, v. 13, p. 511–526.
46. Sasahara K.C., Heinzinger N.K., Barret E.L. – J. Bacteriol., 1997, v. 179, p. 6736–6740.

Կ.Ա. ԲԱԴՐԱՄՅԱՆ

**ՖՈՐՄԻԱՏ–ՋՐԱԾԻՆ–ԼԻԱԶ՝ ՆՈՐ ՀԱՅԱՑԶԷ ԽՄՈՐՄԱՆ ՖԵՐՄԵՆՏԻ  
ԷՆԵՐԳԱՊԱՀԵՍՏԱՎՈՐՄԱՆ ԴԵՐԻՆ**

Ամփոփում

Ֆորմիատ–ջրածին–լիազը, անատերոք խմորման ֆերմենտ է, որն ունի ակնհայտ էվոլյուցիոն կապ ինչպես ՆԱԴ-H-ուբիքինոն օքսիդոռեդուկտազի (համալիր-I)՝ հայտնի էներգապահեստավորող շնչառական շղթայի ֆրագմենտի, այնպես էլ [NiFe]-հիդրոգենազների հետ, որոնք ունակ են պրոտոններ տեղափոխելու: Ֆորմիատ–ջրածին–լիազային ակտիվությունը նաև կախված է  $F_0F_1$ -ԱՄՖազից ինչպես *Escherichia coli*-ի, այնպես էլ *Salmonella typhimurium*-ի դեպքում: Ֆորմիատ–ջրածին–լիազի ու էլեկտրազեն պրոտոնային պոմպի հատկություններով օժտված ֆերմենտների կառուցվածքի ու ֆունկցիաների առանձնահատկությունների մանրակրկիտ համեմատությունը հնարավորություն է տալիս ենթադրելու, որ անատերոք խմորման պայմաններում, երբ առկա է էներգիայի դեֆիցիտ, ֆորմիատ–ջրածին–լիազը և, մասնավորապես, նրա բաղադրիչ հիդրոգենազները օժտված են էներգապահեստավորման ֆունկցիայով, որը իրագործվում է էլեկտրոնների և պրոտոնների տեղափոխության զուգորդումով:

K.A. BAGHRAMYAN

**FORMATE HYDROGENLYASE: A NOVEL LOOK AT THE ENERGY  
CONSERVING ROLE OF THE ENZYME OF FERMENTATION**

Summary

Formate hydrogenlyase, an enzyme of anaerobic fermentation, has obvious evolutionary link both to the NADH:ubiquinone oxidoreductase (complex I) known as an energy conserving fragment of a respiratory chain, and the [NiFe]-hydrogenases able to translocate protons. Formate hydrogenlyase activity is also  $F_0F_1$ -ATPase-dependent both in *Escherichia coli* and in *Salmonella typhimurium*. The detailed comparison of structural and functional features of enzymes formate hydrogenlyase with having electrogenic proton pump properties allows assuming that under anaerobic fermentative conditions and under the deficiency of energy formate hydrogenlyase components, the hydrogenases, posses energy-conserving function by coupling electron transfer and proton translocation.

*Երկրաբանություն*

УДК 551.444:519.673

Գ.Մ. ՄԻԻԹԱՐՅԱՆ, Ռ.Ս. ՄԻՆԱՍՅԱՆ, Գ.Ա. ԹՈՐՈՍՅԱՆ, Մ.Ս. ՄԿՐՏՉՅԱՆ

**ԱՐԵՎԻԿԻ ՄՏՈՐԵՐԿՐՅԱ ՋՐԵՐԻ ԸԱՀԱԳՈՐԾՎՈՂ  
ՀԱՆՔԱՎԱՅՐԻՑ ԼՐԱՑՈՒՑԻՉ ՋՐԱՌՄԱՆ ՀՆԱՐԱՎՈՐՈՒԹՅԱՆ  
ՀԻՄՆԱՎՈՐՈՒՄԸ**

**Ներածություն:** Հանրապետության շատ բնակավայրեր և հողատարածություններ սակավաջուր կամ ջրազուրկ են՝ չնայած նախկինում կատարված զգալի ծավալի հիդրոտերկրաբանական աշխատանքների: Հետևաբար, արդի էտապում ակտուալ և հրատապ խնդիրներից է ստորերկրյա ջրերի որոնումը: Նման աշխատանքների իրականացման բարդությունների և պահանջվող զգալի ծախսերի նկատառումով տվյալ հողվածում ուսումնասիրվում է շահագործվող ստորերկրյա ջրերի ջրավազաններից լրացուցիչ ջրառումների հնարավորությունը:

**Նյութը և մեթոդը:** Ջրաղբյուրներից Շիրակի գոգահովիտում մեծ հետաքրքրություն է ներկայացնում Արևիկի ջրավազանը: Այն զբաղեցնում է Շիրակի արտեզյան ջրավազանի արևելյան եզրամասը՝ Ախուրյան շրջկենտրոնի և Արևիկ ու Ազատան գյուղերի միջև: Ջրառման ցանցը 25 հորատանցքերով կառուցված է Արևիկի ջրահոսքի վրա: Ջրատար հորիզոնը, որը ներկայացված է լճային գլաբարերով, Արագած և Հոլիատ հրաբխային զանգվածների անդեզիտա-բազալտներով, գտնվում է 50–60մ խորության վրա: Ըստ հիդրոտերկրաբանական տվյալների՝ մինչև 80մ խորության վրա առանձնացված են հիդրավիլիոբեն փոխկապված երեք շերտեր, որոնք կազմում են միասնական ջրատար համալիր (աղյուսակ 1):

Արևիկի ստորերկրյա ջրերի հանքավայրից ներկա վիճակում ջրառման քանակը կազմում է 320/վրկ: Հաշվի առնելով Շիրակի ռեզիոնում խմելու ջրի զգալի դեֆիցիտը՝ ճնշումային ջրատար հորիզոնից ջրառման քանակի հնարավոր ավելացման նպատակով լուծված է որոշակի խնդիր: Ի տարբերություն նախկինում կատարված հիդրոտերկրաբանական հաշվարկների՝ այն լուծված է գոյություն ունեցող հորատանցքերի ելքերի, նրանց քանակի փոփոխման, փոխազդեցության և ջրառման տևողության մեծացման հաշվին: Խնդիրը լուծված է մաթեմատիկական մոդելավորման մեթոդով IBM ԷՀՄ-ով՝ "Տոպագ" ծրագրի կիրառումով:

**Արդյունքներ և քննարկում:** Արևիկի հանքավայրի արխիվային հիդրոտերկրաբանական նյութերի և դաշտային մոր դիտարկումների հիման

վրա կատարված է նրա գեոֆիլտրացիոն պայմանների սխեմայացում: Արդյունքում պարզվել է որ այդ սխեման համապատասխանում է եռաշերտ միջավայրի երկու ջրատար հորիզոնների՝ բաժանված իրարից ջրամերժ շերտով [1]:

Աղյուսակ 1

Արևիկի ջրավազանի հիդրոերկրաբանական մոդելը

Հորիզոնի անվանումը	Հորրոթյունը, մ	Հորիզոնի սնումը	Ջրատար հորիզոնի տեսակը	Ջրատվության գործակիցը	Ջրահաղորդականությունը, $m^2/օր$
գետնաջրերի հորիզոն (ավազներ, ավազաքարեր, կավաավազներ)	2-4	մթնոլորտային տեղումներ, մակերեսային և ոռոգման ջրեր	նշ ճնշումային	0,1-0,08	100-200
վերին ջրատար հորիզոն՝ տարածված է հյուսիսային մասում (քեկորագլաքարային նստվածքներ լցված ավազներով)	0,5-7,5	անձրևային և ոռոգման ջրեր	ոչ ճնշումային, երբեմն տեղական ճնշումով	0,005-0,008	100-500
միջին ջրատար հորիզոն (բազալտներ, շլակներ, ավազահատիկներ, տուֆեր)	7-33	տարածքի հյուսիսից և արևելքից (քեռնաքափումը՝ հարավ-հարավարևմուտք)	ճնշումային (2-10մ)	0,001-0,006	400-700
ստորին ջրատար հորիզոն (խոշորահատիկ ավազներ, գլաքարեր, խճաքարեր)	2-29	տարածքի հյուսիսից և արևելքից (քեռնաքափումը՝ հարավ-հարավարևմուտք)	ճնշումային (2-10մ)	0,0001-0,00001	700-2000
համատարած ջրամերժ շերտ (հոծ լճային կավեր)	10,5	-	-	-	$10^5 - 10^6$

Խնդրի լուծման հիմքում դրվել են նախկինում ստացված դաշտային փորձնական հիդրոերկրաբանական պարամետրերը (աղյուսակ 1) և ճնշումային ջրերի սկզբնական մակարդակները: Որոշված են սկզբնական և եզրային պայմանները, ջրատար հորիզոնների ջրահաղորդականության, ջրատվության, ուղղաձիգ թողունակության գործակիցների նախնական մեծությունները, որոշ պարամետրեր էլ ճշգրտվել են հակադարձ խնդրի լուծման միջոցով: Ստացվել է համապատասխանություն ճնշումային ջրերի մակարդակների սկզբնական արժեքների, եզրային պայմանների և գեոֆիլտրացիոն դաշտի միջև: Կանխագուշակման խնդրի լուծումը եռաշերտ միջավայրում մոդելավորման մեթոդով հանգեցված է ոչ ստացիոնար ֆիլտրացիայի մասնակի ածանցյալներով դիֆերենցիալ հավասարումների համակարգի լուծմանը՝ համապատասխան սկզբնական և եզրային պայմաններով: Ընդ որում, ջրամերժ շերտում ընդունված է միայն ուղղաձիգ, իսկ ջրատար շերտերում հորիզոնական ֆիլտրացիա [2, 3]:

Արևիկի ջրահոսքից թույլատրելի ջրառման քանակի որոշման կանխագուշակման խնդրի լուծումը կատարված է մի քանի տարբերակ-

ներով՝ կախված հորատանցքների թվից, ջրառման քանակից և տևողությունից. 1.  $\Sigma Q=557$ լ/վ, 2.  $\Sigma Q=685$ լ/վ, 3.  $\Sigma Q=830$ լ/վ, 4.  $\Sigma Q=1090$ լ/վ:

Աղյուսակ 2

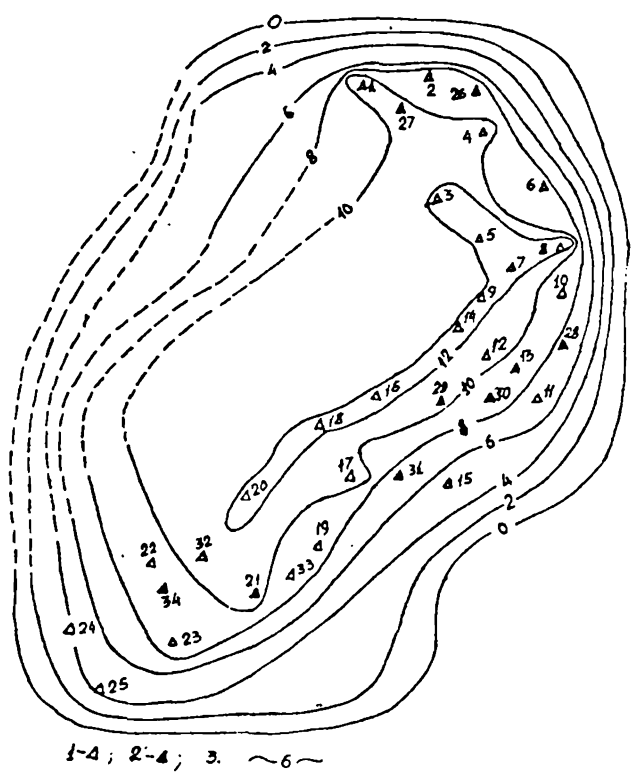
Արևիկի ջրավազանի ճնշումային ջրերի մակարդակների իջեցումները՝ ըստ տարբեր ելքերի (մաքեմատիկական մոդելավորման տվյալներով)

Հորատանցքերի համարները	Հորատանցքերի ելքերը, լ/վ	3 տարբերակ			Հորատանցքերի ելքերը, լ/վ	4 տարբերակ			Թույլատրելի իջեցումները, մ
		ջրի մակարդակի իջեցումները հորատանցքերում, մ				ջրի մակարդակի իջեցումները հորատանցքերում, մ			
		30 օր	0,5 տ	1 տ		30 օր	0,5 տ	1 տ	
1	25	19	10	10	25	10	12	12	10,5
2	10	8	8	8	10	8	9	9	10,2
3	10	10	15,2	8	10	20	20	20	16,5
4	25	10	12	12	25	12	12,5	13	13,2
5	20	16	17	17,2	25	20	20	20	19,7
6	10	10,6	11,2	11,2	11	12	13	13,1	11
7	30	17,5	18,5	18,5	35	20	21	21,5	21
8	20	13	13,6	13,7	20	14	15	15	19,8
9	25	17,6	18,6	18,7	30	20	20,6	20,6	18,3
10	35	10	10	10	35	12	12	12	15,0
11	28	9	9,4	9,4	28	10	12	12	16,5
12	25	13,4	14	14,2	25	14	20	20	12,9
13	30	8,1	8,8	8,8	30	9	10,5	11	13,5
14	30	11	12	12	30	12	13	14,2	21,5
15	35	5	5,6	5,6	35	6	7	7,5	11,5
16	30	12	13	13,1	35	20	20	20	24,1
17	35	10	11	11	35	10	14,0	14,4	19,9
18	22	11,2	12,7	12,7	27	18	18	18	14,0
19	30	8	9	9	30	10	13,0	13,2	18,6
20	25	13,9	15,1	15,2	30	20	22,0	22,5	18,5
21	20	10	11	11	30	20	20	20,0	22,4
22	40	8	9	9	40	10	20,0	20,0	16,0
23	20	7,6	8,4	8,4	25	10	14,0	14,2	16,8
24	25	10	10,5	10,5	25	10	12,0	13,5	11,2
25	35	4,8	5,0	5,0	35	7	7,0	7,5	12,4
26	15	8	8	8	15	9	10	11,0	10,9
27	20	10	10	10	20	10	10	10,5	10,3
28	15	10	10	10,5	15	10	10	11,0	11,2
29	10	10	10	10	10	10	10	10,6	11,0
30	10	10	10	11,5	10	10	10	12,0	11,8

Խնդրի լուծման արդյունքում ջրավազանի տարածքի համար ստացվել են գրունտային և ճնշումային մակարդակների իջեցումները ջրառումից 1, 5, 10, 15 և 20 տարի հետո: Գրունտային ջրերի մակարդակի իջեցումը տատանվում է 1-3մ: 4 տարբերակի խնդրի լուծման արդյունքները ցույց տվեցին, որ ջրատար հորիզոնում ճնշումային ջրերի մակարդակի իջեցման չափը մեկ տարի ջրառումից հետո որոշ հորատանցքերում գերազանցում է թույլատրելի իջեցումներին (աղյուսակ 2), մինչդեռ պետք է միշտ տեղի ունենա հետևյալ պայմանը՝  $H_{\text{հաշվ.}} < H_{\text{թույլ.}}$ :



Ուսումնասիրված չորս տարբերակների արդյունքների համեմատաբար (մակարդակների թույլատրելի իջեցումների) ցույց տվեց, որ լրացուցիչ ջրառման նպատակով կարելի է առաջարկել երրորդ տարբերակը՝  $\Sigma Qh = 830 \text{ ր/վ}$ , 34 հորատանցքերով՝ 25 շահագործվող և 9 նախագծվող (տես նկարը):



Արևիկի ստորերկրյա ջրերի հանքավայրի ճնշումային հորիզոնի իջեցումների կանխագուշակման սխեմատիկ քարտեզը 5 տարվա շահագործումից հետո (տարբերակ 3). 1 – շահագործողական հորատանցքեր (1-25); 2 – նախագծվող հորատանցքեր (26-34); 3 – իջեցումների իզոգծերը մետրերով:

**Եզրակացություններ և առաջարկություններ:** Բոլոր տարբերակների արդյունքների քննարկումից ստացվում է, որ լրացուցիչ ջրառման հետևանքով ջրի մակարդակի խիստ իջեցումներ ինչպես շահագործվող, այնպես էլ մոր առաջարկվող (նախագծվող) հորատանցքերում չեն նկատվում, բացի վերջին տարբերակից: Այդ հանգամանքը թույլ է տալիս առաջարկելու Արևիկի ստորերկրյա ջրահոսքից կատարել ջրառում մինչև  $830 \text{ ր/վ}$  և այն համարել հիմնավորված:

Կատարված մաթեմատիկական մոդելավորումով հիմնավորված է Արևիկի ստորերկրյա ջրերի հանքավայրից լրացուցիչ ջրառումը ջրամատակարարման նպատակով և առաջարկվում է նմանատիպ աշխատանքներ հանրապետությունում շահագործվող այլ ջրավազանների համար:

*Օգտակար հանածոների հանքավայրերի որոնման և հետախուզման երկրաֆիզիկական մեթոդների ամբիոն* *Ստացվել է 06.07.2002*

1. Геология Армянской ССР. Том 8. Гидрогеология. Ер.: изд-во АН Арм.ССР, 1974.
2. Лукнер Л., Шестаков В.М. Моделирование геофильтрации. М.: Недра, 1976.
3. Մխիթարյան Գ.Մ., Մինասյան Ռ.Ս. – Ազրոգիտություն, 1999, № 1, էջ 99.

Գ.Մ. ՄԽԻՏԱՐՅԱՆ, Ր.Տ. ՄԻՆԱՏՅԱՆ, Գ.Ա. ԹՐՕՏՅԱՆ, Մ.Տ. ՄԿՐՏՉՅԱՆ

## ОБОСНОВАНИЕ ВОЗМОЖНОСТЕЙ ДОПОЛНИТЕЛЬНОГО ОТБОРА ПОДЗЕМНЫХ ВОД ИЗ АРЕВИКСКОГО ЭКСПЛУАТАЦИОННОГО МЕСТОРОЖДЕНИЯ

### Резюме

На основании результатов полевых исследований методом математического моделирования решена задача возможного дополнительного водоотбора из напорного горизонта подземных вод Аревикского месторождения. Для трехслойной геофильтрационной среды она решена на ЭВМ IBM с использованием программы "Топаз".

Результатами моделирования доказана возможность дополнительного водоотбора подземных вод – примерно в 2,2 раза больше нынешнего. При этом, полученные понижения уровней напорных вод в скважинах не больше допустимых. Установлено число необходимых водоотборных скважин (34), их дебиты, суммарный оптимальный дебит (830л/с), их рациональное плановое расположение, продолжительность откачки и возможное количество дополнительно отбираемой воды (около 500л/с).

G.M. MKHITARYAN, R.S. MINASYAN, G.A. TOROSYAN, M.S. MKRTCHYAN

## BASING OF ADDITIONAL POTENTIALITY FOR GROUND WATER IN TAKE FROM AREVIK OPERATING DEPOSIT

### Summary

The problem of additional water intake from pressure horizon of Arevic intermountain basin is solved, based on evaluation of field investigations results. The problem of three-layered geofiltration medium is solved on JBM computer using "Topaz" program. The possibility of additional intake, about 2,2 times as must as present 830//s, is proved by means of mathematical modelling. The estimated decreasing of level is less than maximum permitted level of pressure water in wells.

The number of water intake wells, their yields, efficient location, duration of water intake and possible quantity of taken water are also evaluated.

*Геология*

УДК 553.411.007

Փ.Գ. ՇԱՄՇՅԱՆ, Տ.Ս. ՎԱՐՏԱՆՅԱՆ, Բ.Ա. ԱՐՄՈՆՅԱՆ

**ГЕОЛОГО–СТРУКТУРНАЯ МОДЕЛЬ ФОРМИРОВАНИЯ СОТКСКОГО  
ЗОЛОТОРУДНОГО МЕСТОРОЖДЕНИЯ РА**

В основе модели геолого-структурного формирования Соткского золоторудного месторождения лежат представления об особенностях его строения, петрофизической характеристике сферы рудоотложения, а также о характере распределения оруденения по падению и простиранию рудных тел.

Среди золоторудных месторождений Республики Армения Соткское вызывает особый интерес, так как в нем сконцентрированы крупные запасы золота с относительно высоким качеством руд. Оно расположено в Севано-Амассийской зоне, представляющей крупный синклиниорий, образовавшийся в позднемеловое время. Соткский сегмент офиолитового пояса представлен асимметричной антиклинальной складкой, сложенной осадочными и вулканогенно-осадочными породами позднемелового и среднеэоценового возраста с габбро и перидотитами в ядре складки. Малые интрузии кислых пород развиты слабо.

Наиболее древние породы района, кристаллические сланцы кембрия-докембрия, слагают основание, или фундамент, месторождения. Обнажаются они в виде отдельных небольших изолированных выходов, а на глубине вскрыты скважинами.

Широко развита осадочная толща верхнего сенона (известняки, мергелистые и песчанистые известняки).

Перидотиты также пользуются широким развитием и представлены от слабо до целиком измененных разновидностей. С глубиной они преобладают над габбро, и, по-видимому, нижние более монотонные по составу горизонты месторождения были менее благоприятной средой для локализации оруденения. Среди габбро выделяются лейкократовые и меланократовые разновидности, которые более или менее переработаны под воздействием гидротерм.

На месторождении выявлено около пятидесяти жил и жильных зон и две оруденелые дайки кварцевых порфиров. Изучены они до глубины примерно 350м. Отдельные скважины подсекли рудные тела на глубине 800–900м. Основные запасы золота заключены в нескольких наиболее крупных рудных телах.

В размещении и локализации оруденения ведущую роль играли разрывные нарушения, представленные серией трещин, образующих в целом зоны разломов, смятия и переработки пород. Рудные тела залегают как в перидотитах, так и в габбро и в основном тяготеют к приконтактовым частям этих пород.

Характерной особенностью строения месторождения является древо-видная форма строения рудных тел в поперечных разрезах. С глубиной отдельные рудные тела сливаются в одно (ствол).

Среди жильных зон выделяется ряд кулисообразно расположенных, которые при крутом угле падения прослеживаются в близширотном направлении протяженностью 250–300 м. Отдельные обогащенные золотом интервалы (рудные столбы) хорошо выделяются в основном на верхних горизонтах.

Возраст месторождения среднемиоценовый, и образовалось оно на умеренных и малых глубинах в средненизкотемпературных условиях. Предположительно оруденение парагенетически связано с малыми субвулканическими интрузивами верхнетретичного возраста [1].

На основе геологической реконструкции Центрального участка месторождения с учетом минерального состава руд предполагается, что наиболее достоверные глубины образования верхних частей располагались в интервале 500–1000 м, так как в приповерхностных условиях мышьяк выделяется в форме реальгара и аурипигмента, в то время как на месторождении отмечается арсенопирит [2].

На южном фланге месторождения, в жиле №1, установлено наличие не только реальгара и аурипигмента, но и самородного мышьяка, сульфосоли свинца и висмута, киновари, самородной сурьмы, и не исключено, что месторождение это формировалось на средних, малых глубинах и в приповерхностных условиях [3].

Из-за петрофизических свойств (пластичность, хрупкость, пористость и пр.) различные породы под влиянием одних и тех же тектонических воздействий по-разному воспринимали их. Поэтому формирование благоприятных для рудоотложения структур в значительной мере зависело от физико-механических свойств рудовмещающей среды (см. табл.).

Рудовмещающие породы подвержены в той или иной мере автометаморфическим и гидротермально-метасоматическим изменениям различных этапов [4].

Под воздействием гидротерм рудовмещающая среда переработана в различной мере измененные метасоматические породы. Наиболее ранние, широко распространенные метаморфические преобразования в габброидах обусловлены процессами послемагматической среднетемпературной пропилитизации. Они представлены амфиболитизацией, эпидотитизацией, пренитизацией и образованием амфибол-эпидотовых метасоматитов.

Автометаморфические преобразования перидотитов представлены прежде всего площадной серпентинизацией. Петрофизические показатели амфибол-эпидотовых метасоматитов и свежих габбро мало отличаются друг от друга. Изменения раннего этапа представляют фон, на котором развивались последующие гидротермально-дорудные метасоматические преобразования.

В зависимости от степени преобразований породы нами выделены петрофизические группы [5].

Средние показатели петрофизических параметров рудоовещающих пород Сотского месторождения

Петрофизические группы по этапам изменения пород	Количество определений	Объемная масса $\rho$ , г/см <sup>3</sup>	Водонасыщ., %	Эффективная пористость, %	Скорость упругих волн, км/с	Модуль Юнга $E \times 10^{-5}$	Модуль сдвига, кг/см <sup>2</sup>	Коэффициент Пуассона	Прочность на сжатие, МПа
I. Не измененные породы									
габбронды	15	2,92	0,44	1,34	6,53	8,12	4,65	0,16	125,0
перидотиты	14	3,01	0,38	1,18	7,62	9,05	3,05	0,24	144,0
II. Ранний метаморфический этап									
амфибол-эпидот. метасоматиты	9	2,95	0,20	0,55	6,0	7,6	4,1	0,18	150,0
серпентиниты афтометаморф.	14	2,81	2,72	1,15	4,59	5,97	1,6	0,3	100
III. Предрудно гидротермально измененные метасоматиты									
по габброидам									
габбро слабоизмененные	30	2,78	0,51	1,88	5,78	5,38	3,08	0,2	115,0
габбро среднеизмененные	18	2,70	0,86	2,45	4,90	4,60	2,88	0,19	105,0
габбро сильноизмененные	16	2,64	1,35	3,76	4,62	3,16	1,66	0,22	96,5
среднее		2,73	0,82	2,5	5,24	4,60	2,67	0,2	107,56
по перидотитам									
серпентиниты	14	2,51	2,77	7,15	4,59	3,97	1,60	0,31	85,5
тальк-карбонатные породы	18	2,62	1,8	4,04	5,5	4,6	2,8	0,2	145,0
IV. Рудный этап (околорудно-измененные метасоматиты)									
по габброидам									
аргиллизиты	17	2,62	1,02	3,56	4,40	3,9	1,20	0,2	110,0
по перидотитам									
листвениты	16	2,45	2,21	6,57	2,80	3,84	1,22	0,18	55,0

В предрудный этап метасоматической переработки перидотитов образовались серпентин-карбонатные, тальк-карбонатные фации метасоматитов. Подобные преобразования обусловили снижение плотности более чем на 15–20% и более чем в два раза – значения упругих параметров и скорости прохождения упругих волн. В то же время показатели водонасыщения и пористости возросли более чем в семь раз. Заметно повысилась пластичность, а величина коэффициента Пуассона достигла наибольшего значения. По петрофизическим параметрам метасоматиты предрудного этапа по сравнению с исходными породами можно охарактеризовать как сильнопористые и проницаемые породы с относительно низкими показателями плотности, прочности и упругости.

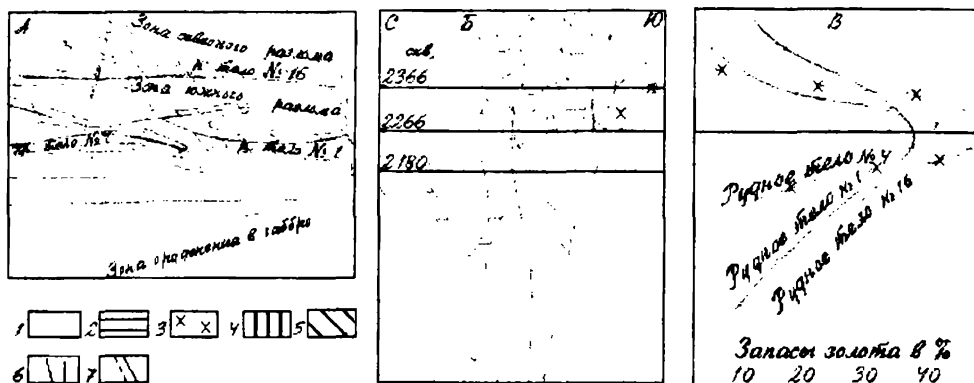
В собственно рудный этап происходили околожильная лиственитизация кварц-карбонатных пород и гидрослюдистая аргиллитизация габброидов. Судя по значениям параметров упругих свойств, средне- и сильноизмененные разновидности габброидов, для которых характерны пониженные значения плотно-

сти и упругих свойств, потенциально были предрасположены к хрупкой деформации. Под воздействием тектонических напряжений в них возникли трещины отрыва и маломощные зоны ослабленных брекчированных пород. В соответствии с этим рудные тела в габброидах представлены относительно маломощными жилами и ориентированной системой прожилков с четкими контактами.

Тектонические напряжения в серпентинитах, серпентин-карбонатных и тальк-карбонатных метасоматитах, благодаря их относительно высокой пластичности, привели к образованию трещин сколового характера.

Жесткое основание, разбитое рядом разломов, явилось хорошим проводником для рудоносных растворов из глубин.

Модель формирования Соткского месторождения в значительной мере обусловлена и характером распределения оруденения золота (см. рис.).



Геолого-структурная модель Соткского месторождения золота.

А – геологический план. Б – разрез: 1 – перидотиты, 2 – габброиды, 3 – дайка кварцевых порфиров, 4 – метаморфические кристаллические сланцы, 5 – зоны гидротермально измененных пород с рудными телами, 6 – рудные столбы, 7 – тектонические нарушения.

В – характер распределения оруденения: 1 – этаж интенсивного оруденения.

Закономерности распределения оруденения и перспективы его нижних горизонтов проанализированы на основе показателя интенсивности оруденения, степень которой определялась сравнением запасов в ленте по отдельным горизонтам. Наиболее интенсивно оруденелым является горизонт 2366м. По разнице интенсивности оруденения между горизонтами установлен градиент интенсивности по падению (восстанию) рудных тел. Ожидаемые запасы на нижних горизонтах определялись последовательным сокращением на величину градиента, которую можно заменить коэффициентом сокращения запасов. Величина его установлена – 0,65 [6].

Если горизонт 2180м условно принять за нулевой и запасы по нему обозначить  $P_1$ , то запасы нижних горизонтов будут: горизонт 2080 =  $P_1 \times 0,65$ , горизонт 1980 =  $P_1 \times 0,65 \times 0,65$  и т.д.

Проведенный нами анализ подсчета свидетельствует, что на месторождении действительно выделяется горизонт (этаж) интенсивного оруденения, и располагается он на 200–300м от поверхности (треть глубины оруденения).

В этом этаже заключена значительная часть запасов золота Центрального участка. Такая концентрация золота в верхней части месторождения обусловлена, вероятно, тем, что обычно его отложение из растворов происходило на заключительном этапе гидротермального процесса, на фоне падения давления и температуры [7].

Среди основных рудных тел (№1, №4, №16) оруденение наиболее неравномерно распределено в рудном теле № 4 (оруденелая дайка кварцевого порфира).

**Выводы.** Модель Сотского месторождения формировалась в основном под влиянием следующих благоприятных для рудоотложения факторов.

1. Породы, слагающие основание, или фундамент (метаморфические сланцы докембрия), являлись, вероятно, благоприятной средой. Жесткое основание, разбитое рядом разломов, способствовало проникновению из глубин рудоносных растворов.

2. Рудные тела расположены в основном у сводовой части антиклинальной складки. Характерной особенностью строения месторождения является древовидная форма рудных тел, с глубиной они сливаются в одно рудное тело (ствол).

Характер распределения оруденения золота свидетельствует, что на месторождении выделяется этаж интенсивного оруденения. При высоте примерно 100м в нем заключена значительная часть запасов золота. Расположен этот этаж примерно на одной третьей от вертикального размаха оруденения, и к нему приурочена основная часть рудных столбов.

3. Рудовмещающие породы – габброиды и перидотиты – по своим физ.-мех. свойствам в значительной мере отличаются. Одни и те же тектонические подвижки эти породы воспринимали по-разному. Хотя рудные тела залегают в основном в габбро и перидотитах и при этом нередко отличаются морфологией, основное количество их тяготеет к приконтактной части этих пород.

Так как перидотиты с глубиной преобладают над габбро, то, вероятно, нижние более монотонные по составу и физ.-мех. свойствам горизонты были менее благоприятной средой для локализации оруденения.

4. С глубиной интенсивность оруденения затухает, а запасы золота постепенно сокращаются. Поэтому нижние горизонты месторождения представляются менее перспективными, вопреки распространенному представлению.

*ГМИ ЗАО, ЕГУ*

*Поступила 04.06.2002*

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Амирян Ш.О. Золоторудные формации Армянской ССР Ер.: изд-во АН Арм. ССР, 1984, с. 303.
2. Константинов М.М., Грушин В.А. – Геология и разведка, 1970, № 5, с. 60–67.
3. Магакьян Н.И. и др. – Изв. АН Арм. ССР, Науки о Земле, 1982, № 2, с.38–43.
4. Саркисян Г.А. Роль вмещающих пород при метасоматозе и зональность его продуктов на примере золоторудного месторождения. М.: Недра, 1966, с. 291–303.

5. **Вартанян С.У. и др.** – Геология рудных месторождений, 1978, т. XI, № 5, с. 49–58.
6. **Мкртчян Р.А., Асланян Л.С., Оганесян Г.Б.** – Изв. АН Арм. ССР, Науки о Земле, 1981, № 6, с. 72–76.
7. **Летников Ф.А., Вилор Н.В.** Золото в гидротермальном процессе. М.: Недра, 1981, с. 223.

Ֆ.Գ. ՇԱՄՅԱՆ, Ս.Ն. ՎԱՐԴԱՆՅԱՆ, Ռ.Ա. ՀԱՐՈՒԹՅՈՒՆՅԱՆ

ՍՈՏՔԻ ՈՍԿՈՒ ՀԱՆՔԱՎԱՅՐԻ ՁԵՎԱՎՈՐՄԱՆ ԵՐԿՐԱԲԱՆԱ-  
ԿԱՌՈՒՑՎԱԾՔԱՅԻՆ ՄՈԴԵԼԸ

Ամփոփում

Սոտքի հանքավայրի հանքապարունակող ապարները ենթարկվել են ավտոմետամորֆային և մետասոմատիկ փոփոխությունների: Առանձին հանքային մարմինները ըստ խորության միաձուլվում են որպես ընդհանուր առանցքային կառուցվածք: Հանքայնացումը մեծ մասամբ տեղադրված է տարաբնույթ պետրոֆիզիկական հատկություններով օժտված գաբրոների և պերիդոտիտների կոնտակտային տեղամասերում: Հանքավայրի ճևարման երկրաբանակառուցվածքային մոդելը վկայում է. որ առավել հեռանկարային է հանքավայրի վերին մասը, ըստ խորության հանքայնացումը մաքուր է:

Ոչ մեծ խորության վրա տեղադրված կոշտ ֆունդամենտը ջարդրտված է տեկտոնական խզումներով, որոնք հանդիսացել են բարենպաստ միջավայր հիդրոթերմալ լուծույթների վեր թափանցման համար:

F.G. SHAMTSYAN, S.U. VARDANYAN, R.A. HARUTYUNYAN

GEOLOGICAL-STRUCTURAL MODEL OF FORMING OF THE  
GOLD ORE DEPOSIT OF SOTSK

Summary

The ore-enclosing rocks of the Sotsk deposit are subject to metamorphic and metasomatic processing. The separate ore bodies with depth combine in one (stock). The main parts of mineralization is timed to extreme parts of gabbro and peridotites, which are distinguished by their petrophysical parameters. The character of gold mineralization distribution testifies, that upper part of deposit is most perspective. The stage of intensive mineralization is distinguished, the mineralization fades with depth.

The hard foundation, located at the short depth, is broken up by tectonic breaches which were favourable surroundings for penetration of hydrothermal solution.



*География*

УДК 551.4(479.25)

Р.Х. ГАГИНЯН, Ф.С. ГЕВОРКЯН

**МОРФОЛОГИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ ВУЛКАНИЧЕСКОГО РЕЛЬЕФА  
РЕСПУБЛИКИ АРМЕНИЯ ДЛЯ ВЫЯВЛЕНИЯ ПОГРЕБЕННЫХ  
МОРФОСТРУКТУР**

В статье излагаются методы выявления погребенных морфоструктур вулканических областей республики Армения при помощи морфометрического анализа рельефа и результаты многолетних исследований авторов в этом направлении.

Центральная часть территории РА является частью обширного Армянского вулканического нагорья неоген-четвертичного времени. В результате интенсивной вулканической деятельности образовался сплошной покров, который забронировал и сnivelировал рельеф, существующий до накопления эффузивов. О положении погребенного под лавовым чехлом рельефа нет исчерпывающих данных. Его изучение весьма актуально, поскольку под эффузивами хранятся значительные запасы подземных вод и полезных ископаемых, выявление которых для республики имеет первостепенное народнохозяйственное значение.

Наряду с геолого-геофизическими данными важнейшим критерием для расшифровки и выявления подлавовых морфоструктур может служить также морфометрический анализ рельефа, который, как показывают исследования, обогащает результаты первых, а в некоторых случаях приобретает самостоятельное значение. За последние годы в связи с быстрым развитием неотектоники и структурной геоморфологии разработаны многочисленные новые методы поисков погребенных тектонических структур, в том числе морфометрические. Но применение их без учета специфических условий территории, в данном случае – вулканической, не всегда дает положительные результаты. Ряд исследований, часть которых имеет методический характер, посвящен морфоструктурному анализу территории РА и ее отдельных регионов [1–8] и представляет опыт применения морфометрического метода в условиях вулканического рельефа. Благодаря этому мы располагаем более или менее хорошо разработанной, обоснованной методикой, позволяющей изучать характер расположения и неотектонические подвижки погребенных морфоструктур разных порядков.

Морфологические показатели вулканического рельефа и их анализ позволяют расшифровать типы и формы погребенных под новейшими вулканическими образованиями морфоструктур, а также получить ряд критериев, характеризующих темп и продолжительность их неотектонических подвижек.

Рельеф вулканического нагорья характеризуется разнообразием форм. По морфолитогенезу можно выделить следующие крупные типы: а) тектоно-вулканический (деформированный), включающий крупные щитовидные массивы, бронированные и литоскульптурные плато; б) вулканический аккумулятивный (крупные полигенные вулканы, экструзивные массивы, лавовые и шлаковые конусы, лавовые потоки и др. мелкие формы). Первым этапом морфологического анализа является картирование указанных морфогенетических типов и форм рельефа, в формировании которых важную роль сыграли гетерогенный складчато-глыбовый субстрат и его неотектонические подвижки. Поэтому составленные разномасштабные ороморфологические карты могут стать важным критерием для выявления общих черт погребенных морфоструктур.

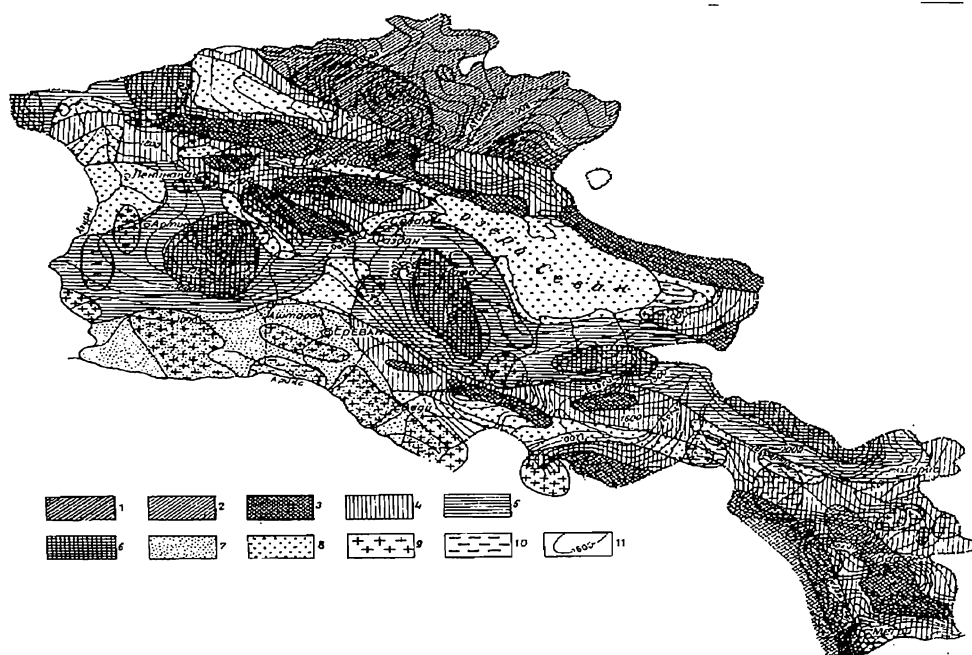


Рис. 1. Схематическая карта новейших тектонических структур (по [9]), аномалий силы тяжести (по [10]) и базисных поверхностей территории Армении: 1 – локальные моноклиналильные поднятия, 2 – крылья моноклиналильных и локальных поднятий, 3 – локальные куполовидные-горстовидные поднятия, 4 – крылья локальных куполовидных-горстовидных поднятий, 5 – крылья куполов и щитов, 6 – асимметричные купола и щиты, 7 – глубокие прогибы, 8 – новейшие опускания, 9 – положительные аномалии силы тяжести, 10 – отрицательные аномалии силы тяжести, 11 – изобазиты.

Гипсометрия современного вулканического рельефа выражает суммарный эффект рельефообразующих факторов. Она тесно связана с гравитационным полем Земли. Значение силы тяжести в целом отражает современную гипсометрию рельефа, в данном случае – подлавового суб-

страта, т. к. плотность и состав лавовых покровов мало влияют на них. Анализ гипсометрии с привлечением данных гравиметрии позволяет составить точное представление о высотном положении подлавого рельефа Армении (рис. 1). В гребневых частях вулканических массивов аномалия силы тяжести имеет отрицательное значение, а на низкорасположенных отметках – положительные. Наблюдаемые локальные аномальные отклонения отражают степень увеличения или уменьшения высоты подлавого субстрата.

Анализ карты густоты эрозионного расчленения свидетельствует о тесной связи этого показателя с морфоструктурным планом. При этом максимумы интенсивности эрозионного расчленения соответствуют поднятиям, а минимумы – котловинам с меньшими значениями дифференцированных новейших тектонических движений, проявляющихся на фоне общего поднятия территории. Отмеченные по геолого-геофизическим данным зоны тектонических нарушений на такой карте отражаются сгущениями и изменениями направлений изолиний.

Карты глубины расчленения дают общий характер расчленения рельефа и возможность оконтуривать локальные участки активизации неотектонических движений. В зонах тектонических нарушений изолинии сгущаются и меняют свое направление. На распределение глубины расчленения оказывают влияние тектонические и литологические контакты, ослабленные тектоническими нарушениями зоны. Все это обуславливает не только глубину расчленения, но и направление гидрографической сети [11].

Первичные уклоны поверхности лавовых потоков вулканического нагорья обусловлены как степенью их вязкости, так и общим наклоном подлавого субстрата, получившего свое отражение особенно при наличии основного состава. Увеличение уклонов при дислокации поверхностных основных покровных лав отражает наклон бронированного ими рельефа субстрата или характер его тектонических подвижек. Намечен ряд морфологических критериев деформации эффузивного чехла (слабая брахискладчатость, моноклиальные уступы и пр.), отражающих характер неотектонических подвижек глыбовых морфоструктур. С увеличением вязкости лав субстрат слабо контролирует формы и наклоны лавовых потоков.

Речная сеть тесно связана с морфоструктурами рельефа и их развитием. Рисунок и направления речных систем соответствуют определенному типу открытых и погребенных морфоструктур. По анализу речной сети выделены ряд типов рисунков речных систем и соответствующие им морфоструктуры [12, 13].

При изучении уклонов тальвегов рек были выявлены положительные и отрицательные аномальные их участки [14]. Сопоставление геологических данных аномальных участков долин показало, что причины деформации углов падения эрозионного вреза рек обусловлены облагающими субстрат разнородными структурами и их тектоническими контактами. При наличии эффузивного чехла гетерогенное строение погребенных структур и их неотектонические движения получают свое отражение в древних эффузивах деформациями разного рода, а также определенными изменениями углов падения продольного профиля дна речной долины. Границы аномальных участков наносятся на карту, часть из них, связанная с тектоникой, объединяется в зоны. Последние отражают границы основных морфотекто-

нических блоков, испытавших в новейшем этапе разнохарактерные тектонические подвижки.

Ниже приводятся некоторые результаты морфологического анализа по отдельным геоморфологическим регионам РА. Выделяются следующие неовулканические регионы: Ашоцк-Джавахкский, Арагацский, Гегамский, Варденисский, Сюникский и Араратская котловина.

К Ашоцк-Джавахкскому региону относятся Ехнахахский и Джавахкский вулканические щитовидные массивы, Верхнеахурянская и Лорийская котловины и ряд лавовых бронирующих плато (рис. 2).

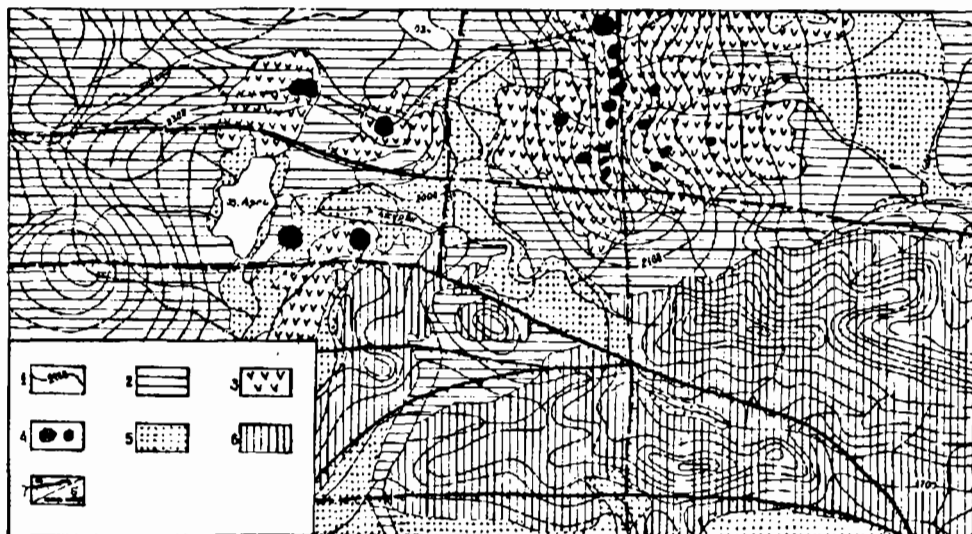


Рис. 2. Схематическая карта базисных поверхностей и новейших вулканических образований Ашоцк-Джавахкского вулканического района: 1 – изобазиты, 2 – верхнеплиоценовые и нижнечетвертичные лавовые покровы, 3 – четвертичные лавовые покровы, 4 – вулканические конусы, 5 – озерно-речные отложения, 6 – складчато-глыбовые горы, окаймляющие вулканическое плато и выходы подлавого субстрата, 7 – линии тектонических разломов: а) достоверные, б) предполагаемые.

В основании Ехнахахского массива в его северной и южной частях по морфологическим данным были выявлены горстообразные поднятия подлавого субстрата. Эти поднятия отделяются друг от друга широтным относительным опусканием.

Северное поднятие продолжается на восток под Ерицлерское и Езнасарское плато и образует единый блок (горст) широтного направления, круто погружающийся в Верхнеахурянскую котловину. Абсолютная высота этого блока в западной части не превышает 2400 м, а в восточной – составляет 2200 м. Субстрат южного поднятия является западным продолжением Мумуханского складчато-глыбового массива, который несколько понижен в Капуткохском плато. Абсолютная высота южного поднятия не превышает 2300 м и погружается на север в Верхнеахурянскую котловину. Наличие этого поднятия подтверждается также гипсометрическим положением лав. Лавы Воскесара по его южной периферии подняты и расположены почти на высоте вулкана. На участке от Карахачского до Джаджурского перевала наблюдается сгущение изобазит, изображающих поднятие меридионального

направления, вследствие чего широтно-вытянутые прогибы разделились перемычкой и в верхнем бассейне р. Ахурян возникли замкнутые озерные бассейны, а после их осушения образовалась Верхнеахурянская котловина.

Наибольшая высота залегания долеритовых базальтов, непосредственно перекрывающих фундамент Джавахкского массива, на западном склоне доходит до 2100 м, в юго-восточной части – 1800–1850 м, на Лорийском же плато – 1450–1550 м. Подобного рода гипсометрическое положение долеритовых базальтов Джавахкского массива, его асимметричное строение, а также глубокие трог, выработанные в эффузивных породах, указывают на асимметричное строение и глубокое залегание подлавого субстрата, что является, по-видимому, результатом опускания Лорийской котловины и поднятия Ашоцкого плоскогорья.

*Арагацкий массив* характеризуется асимметричным строением (коэффициент асимметрии – 2, 3), водораздел расположен в его северной части, северные и восточные склоны короткие и крутые. Несмотря на то, что в основании массива изобазиты имеют округлую форму, в вершинной части они приобретают форму широтного эллипса. Все это указывает на наличие поднятия субстрата широтного направления с наибольшей приподнятостью его в северо-восточной части и с постепенным понижением на запад. Это поднятие в северной части имеет слабое падение, а в южной – круто спускается под периферические плато.

В северо-западной части Арагацкого массива расположена Ширакская котловина. Изобазиты здесь редкие и замкнутые, притоки р. Ахурян имеют центростремительный тип и соединяются друг с другом в районе с. Аревшат. На этом же участке зафиксирована наибольшая мощность (400 м) озерно-речных отложений. Все это указывает на новейшее погребение котловины, особенно в ее центральной части.

На карте базисных поверхностей *Гегамского района* [2] хорошо выделяются участки неотектонических поднятий (Южно-гегамское, Ахтинско-Разданское) с наиболее густо расположенными и повышенными изобазитами и участки опусканий вдоль р. Раздан (Верхнеразданский, Среднеразданский, Нижнеразданский или Ереванский прогибы) с более расходящимися и пониженными изобазитами. Последние лучше фиксируются в продольном профиле р. Раздан. Река Раздан на протяжении 35 км от истоков до г. Раздан течет в пределах Верхнеразданского тектонического опускания. Далее на отрезке 7 км падение реки резко увеличивается (250 м), что указывает на срез Ахтинско-Разданского поднятия, в Среднеразданском опускании – снова уменьшается, а на отрезке Арзни – Ереван немного увеличивается. Такая деформация продольного профиля реки явно отражает ступенчатое строение разданских котловин, относительные поднятия которых имели различные амплитуды. На карте изобазит [2] хорошо выявляется крупный геологически зафиксированный разлом, простирающийся вдоль среднего течения р. Азат и пересекающий в северо-восточном направлении подлавоый субстрат. Продолжением его является разлом, отделяющий Малый Севан от Большого.

В *Варденисском* щитовидном массиве выделяются Астхонкское (на западе) и Варденисское (в центральной части) поднятия. Первое из них имеет асимметричное строение – его южное крыло короткое и крутое, северное – длинное и слабо пологое. На востоке оно соединяется перемычкой с Вар-

деннским, последнее на юго-западе – с Тексарским моноклинальным поднятием. На восточном крыле Варденисского поднятия расположены Джермукское и Алагелларское плато. К северу оно пологим склоном спускается к Масрикской котловине, а начиная с высоты 2300м резко погружается в нее.

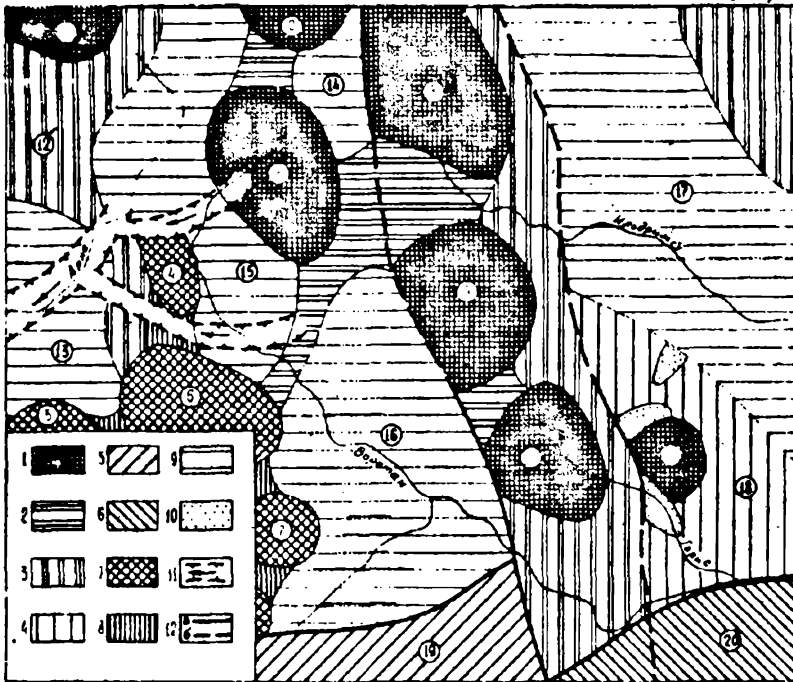


Рис. 3. Картограмма криptomорфоструктур Сюникского вулканического нагорья.

А. Прямые структурные поднятия: 1. Гетерогенные тектоно-вулканические поднятия с щитовидными формами; 2. Перемычки с моноклинально-куэстовыми сбросовыми долинами; 3. Сбросовые многоступенчатые склоны.

Б. Моноклинально-полугорстовые поднятия: 4. Полугорстовое аккумулятивное инверсионное поднятие; 5. Денудационно-инверсионное синклинально-полугорстовое поднятие; 6. Моноклинально-полугорстовое поднятие с расчлененными пластвыми ступенями.

В. Инверсионно-тектонические поднятия: 7. Синклинально-горстовые поднятия (типа меза) с эрозивно-куоловидными формами; 8. Антиклинальные перемычки с antecedentными долинами.

Г. Межгорные котловины, заполненные озерно-речными и эффузивными продуктами: 9. Синклинально-сбросовые многоступенчатые котловины с прямым отражением тектоники; 10. Тектоно-эрозивные мелкие котловины; 11. Палеодолины и их направления; 12. Разломы, обуславливающие крупные морфоструктурные единицы: а) выраженные в рельефе, б) предполагаемые.

Цифрами на картограмме показаны: куполовидные поднятия. 1-Варденисское, 2-Парасарское, 3-Верхневоротанское, 4-Амулсарское, 5-Кечалдагское, 6-Сискарское, 7-Салвардское, 8-Далидагское, 9-Цхукское, 10-Ишханасарское, 11-Междумюртское; межгорные котловины. 12-Верхнеармянская, 13-Среднеармянская, 14-Верхнегертерская, 15-Ахнадаштская, 16-Средневоротанская, 17-Ахерийская; моноклинальные поднятия. 18-Горисское, 19-Баргушатское, 20-Кафанское.

По морфологическим особенностям Сюникское вулканическое нагорье разделяется на две части: северо-западную и юго-восточную (рис. 3).

В первом регионе выделяются Верхневоротанское и Амулсарское поднятия, Верхнеарпинское, Среднеарпинское, Верхнетертерское и Шагапское опускания. В восточной части нагорья почти в меридиональном направлении простирается крупная зона поднятия, которая с востока и частично с запада разграничена линией тектонического нарушения, отчетливо фиксируемой в рельефе и которая, в свою очередь состоит из трех куполовидных или горстовидных поднятий – Далидагского (на севере), Цхукского (в центральной части) и Ишханасарского (на юго-востоке). Они отделены друг от друга тектоническими седловинами или террасами. В крупном и морфоструктурном плане эта зона поднятий представляет собой косогорст с пологим наклоном на восток. Восточнее этой зоны расположены две крупные морфоструктуры: Акеринский прогиб и Горисская моноклираль, а на западе – Сисианская котловина.

С общим развитием вулканического рельефа тесно связано и образование межгорных котловин. Самой большой из них является *Арагатская* межгорная котловина, заполненная озерно-речными отложениями и лавами, которые маскируют мезокайнозойские (до миоцена включительно) структуры. Данные морфометрического анализа подтверждают наличие ряда структур, погребенных под новейшими отложениями: Ереванской грабен-синклинали, Паракар–Енгиджинского горста, Арташатской и Нижнеахурянской впадин и др. С использованием этих методов удалось выяснить также характер и интенсивность современных (и новейших) тектонических движений отдельных участков исследуемой территории. Так, например, в настоящее время продолжается интенсивное прогибание Арташатской впадины, наблюдается воздымание Паракар–Енгиджинского горста и южной части Октемберянского поднятия в районе с. Маркара.

На основании вышеизложенного можно заключить.

Субстрат вулканического нагорья имеет сложное гетерогенное строение. Представление о “сводовых” новейших поднятиях вулканических шитовидных массивов и плато или о их образовании за счет чистой вулканической аккумуляции не подтвердилось данными морфометрического анализа. Неотектонические подвижки нагорья происходили до и после образования эффузивного чехла. Эти движения обусловили омоложение древних и образование многочисленных новых разломов. По линиям нарушений расположены центры и трещины мощных излияний лав, которые бронировали куполовидные и горстовидные структуры и образовали вулканические шиты, а в тектонических седловинах и террасах – бронированные плато. В зонах опускания лавы снивилировали межгорные впадины и широкие речные долины, образовав низкогорные и среднегорные плато. Границы неотектонических подвижек разного знака и их интенсивности хорошо фиксируются вдоль структурных уступов, образовавшихся в покровных лавах.

Применение морфологического анализа при изучении подлаговых морфоструктур вулканического рельефа дало положительные результаты. Некоторые выявленные нами морфоструктуры являются новыми, а часть их совпадает со структурами, полученными геолого-геофизическими и др. методами.

Полученные результаты утверждают, что предлагаемый нами морфологический анализ можно применять при изучении погребенных морфо-

ЛИТЕРАТУРА

1. Бальян С.П. Структурная геоморфология Армянского нагорья и окаймляющих областей. Ер.: Изд-во ЕГУ, 1969, 390 с.
2. Зограбян Л.Н., Аракелян Р.А. – Изв. АН Арм. ССР, Науки о Земле, 1969, № 2, с.80–90.
3. Зограбян Л.Н., Геворкян Ф.С. – Изв. АН Арм. ССР, Науки о Земле, 1971, № 4, с. 66–77.
4. Геворкян Ф.С. Структурная геоморфология горных стран. Фрунзе: Изд-во Илим, 1973, с. 58–59.
5. Геворкян Ф.С. – Изв. АН Арм. ССР, Науки о Земле, 1975, № 5, с. 49–60.
6. Гагинян Р.Х. – Ученые записки ЕГУ, 1984, № 2, с. 137–143.
7. Гагинян Р.Х., Геворкян Ф.С. – Ученые записки ЕГУ, 1991, № 2, с. 141–149.
8. Гагинян Р.Х., Геворкян Ф.С. – Изв. АН РА, Науки о Земле, 1993, № 2, с. 19–25.
9. Милаиновский Е.Е. Новейшая тектоника Кавказа. М.: Изд-во Наука, 1968, 375 с.
10. Оганесян Ш.С. – Изв. АН Арм. ССР, Науки о Земле, 1972, № 4, с. 51–55.
11. Философов В.П. Основы морфометрического метода поисков тектонических структур. Саратов: Изд-во Саратовского университета, 1975, 232 с.
12. Геворкян Ф.С. – Материалы юб. научн. сессии, посвящ. 25-летию АН Арм. ССР и 10-летию отдела географии. Ер., 1968, с. 23–25.
13. Гагинян Р.Х. – Ученые записки ЕГУ, 1983, № 2, с. 150–154.
14. Гагинян Р.Х. – Изв. АН Арм. ССР, Науки о Земле, 1989, № 6, с. 55–58.

Ռ.Խ. ԳԱԳԻՆՅԱՆ, Ֆ. Ս. ԳԵՎՈՐԿՅԱՆ

ՀԱՅԱՍՏԱՆԻ ՀԱՆՐԱՊԵՏՈՒԹՅԱՆ ՀՐԱԲԽԱՅԻՆ ՌԵԼԻԵՖԻ  
ՁԵՎԱԲԱՆԱԿԱՆ ՎԵՐԼՈՒԾՈՒԹՅՈՒՆԸ ԹԱՂՎԱԾ  
ՄՈՐՖՈՍՏՐՈՒԿՏՈՒՐԱՆԵՐԻ ԲԱՅԱՀԱՅՏՄԱՆ ՆՊԱՏԱԿՈՎ

Ամփոփում

Հոդվածում քննարկվում են հրաբխային ռելիեֆի ձևաբանական վերլուծության միջոցով Հայաստանի Հանրապետության հրաբխային մարզերում թաղված մորֆոստրուկտուրաների բացահայտման մեթոդները և այդ ուղղությանը հեղինակների կողմից կատարված բազմամյա ուսումնասիրությունների արդյունքները:

R.Kh. GAGINIAN, F.S. GEVORKIAN

THE MORPHOLOGICAL ANALYSIS OF VOLCANIC RELIEF OF THE  
REPUBLIC OF ARMENIA FOR THE PURPOSE OF REVEALING BURIED  
MORPHOSTRUCTURES

Summary

The methods of revealing the buried morphostructures in the volcanic regions of Armenia by means of the morphological analysis of the relief and the results of the investigations of many years by the authors for this purpose are discussed in the article.



УДК 546.655

Р.Т. МКРТЧЯН, Ж.Х. ГРИГОРЯН, Д.Р. АНДРЕАСЯН, А.Р. МКРТЧЯН, С.К. ГРИГОРЯН

## РОЛЬ ГАЗОВОЙ АТМОСФЕРЫ, ОБРАЗУЮЩЕЙСЯ ВНУТРИ ЗЕРЕН ГИДРАРГИЛЛИТА И ПИРИТА ПРИ ТЕРМИЧЕСКОМ РАЗЛОЖЕНИИ МАТЕРИАЛА

Методами термографического и термогравиметрического анализов исследованы процессы термического разложения гидраргиллита и пирита. Установлено, что вследствие образования гидротермальных условий размер зерен оказывает большое влияние на процесс их разложения.

Процесс термического разложения соединений на твердые и газообразные компоненты подвергается значительному влиянию различных факторов. Если выделение газа происходит быстрее, чем удаление его изнутри пробы, то внутри зерен накапливается газообразный продукт разложения, вследствие чего скорость реакции уменьшается. Таким образом, условия, затрудняющие удаление газообразного побочного продукта из пробы, способствуют образованию большого парциального давления внутри пробы и изменяют газовую атмосферу, в связи с чем косвенным путем приводят к изменению температуры разложения.

При изучении термического разложения гидраргиллита [1-4] установлено, что внутри его частиц протекает гидротермический процесс [5]. Однако роль образующейся газовой фазы изучена недостаточно.

С целью выяснения влияния выделяющейся газовой фазы и размера зерен гидраргиллита на процесс его термического разложения нами проведены термогравиметрические исследования на дериватографе марки "МОМ". Изучен процесс термического разложения гидраргиллита как крупнозернистого (диаметром зерен более 10 мкм), так и мелкозернистого, измельченного до коллоидных размеров (0,1 мкм). ДТА, TG гидраргиллита. На рис. 1

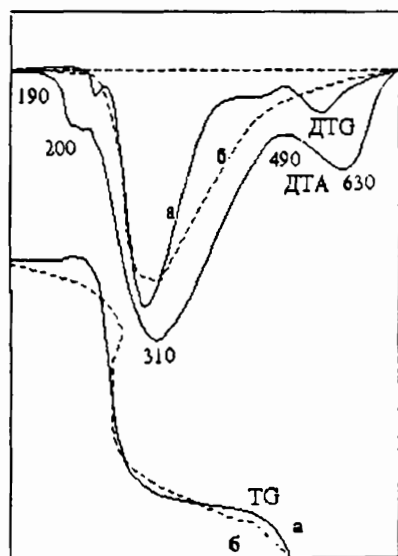


Рис. 1. Кривые разложений проб зерен разных диаметров ДТГ, ДТА и ТГ гидраргиллита: а – крупнозернистые, б – мелкозернистые.

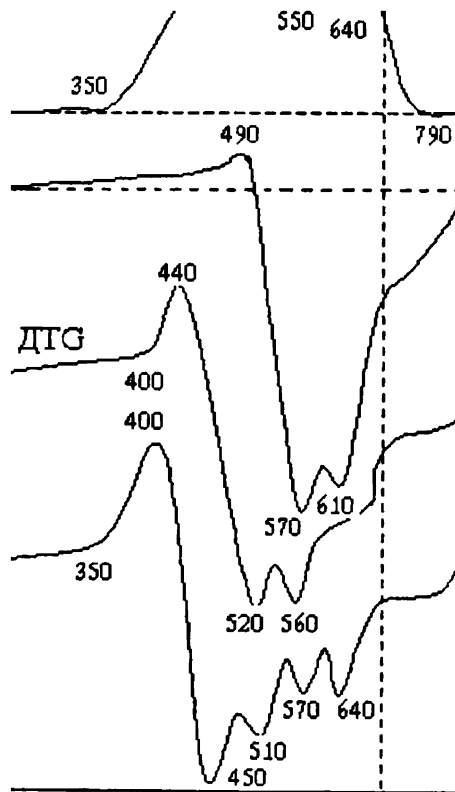


Рис. 2. Кривые разложений проб зерен разных размеров ДТА и DTG пирита: а – более 5 мм, б – до 0,5 мм, в – до 0,05 мм.

овой атмосферы, оказывает влияние на термическому разложению подвешенных (от 0,05 до 5 мм), тщательно смешанных  $\text{V}_2\text{O}_5 : \text{FeS}_2 = 1 : 3$ . Из рисунка 2 ви

нистого пирита (а) ДТГ и ДТА по сравнению с другими (б и в) сдвинуты в сторону более высоких температур 560° и 650°С соответственно. Это объясняется тем, что выделившиеся пары серы диффундируют из середины частиц с большим трудом, вследствие чего их парциальное давление повышается. Процесс превращения  $FeS_2 \rightarrow Fe_2O_3$  замедляется еще и потому, что кислород проникает извне во внутрь частиц с большим трудом, при этом температура достигает 700°С.

Диссоциация пирита, измельченного до 0,05мм, протекает также ступенчато, но при более низких температурах, что подтверждается максимумами кривой ДТГ при температурах 510, 575, 640°С.

Проведенные исследования показали, что экстремумы на кривых ДТГ и ДТА термического разложения пирита с уменьшением размера его частиц более выражены и смещены в сторону понижения температуры на 10–20°С.

Таким образом, нами установлено, что размеры зерен оказывают большое влияние на состав газовой атмосферы и соответственно на температуру процесса термического разложения как гидраргиллита, так и пирита.

Кафедра неорганической химии

Поступило 17.06.2002

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Горшков В.С. Термография строительных материалов. М., 1968, с. 129.
2. Лайнер А.И. Производство глинозема. М., 1961, с. 43.
3. Кириаку Э.А., Дударева А.Г., Езов А.И. – ЖНХ, 1993, т. 38, № 1, с. 186–188.
4. Бабаян Г.Г., Тер-Аракелян К.А. и др. Конверсионный потенциал Армении и программы МНТЦ. Ер., 2000, с. 225–228.
5. Карпельянц М.Х. Химическая термодинамика. М.-Л.: Госхимтехиздат, 1973, с. 179.

Ռ.Տ. ՄԿՐՏՉԱՆ, Ժ.Խ. ԳՐԻԳՈՐՅԱՆ, Զ.Ռ. ԱՆԴՐԵԱՍՅԱՆ, Ա.Ր. ՄԿՐՏՉԱՆ, Ս.Կ. ԳՐԻԳՈՐՅԱՆ

ՀԻԴՐԱՐԳԻԼԻՏԻ ԵՎ ՊԻՐԻՏԻ ՀԱՏԻԿՆԵՐԻ ՆԵՐՍՈՒՄ ՁԵՐՄԱՅԻՆ  
ՔԱՅՔԱՅՄԱՆ ԺԱՄԱՆԱԿ ԱՌԱՋԱՑՈՂ ԳԱՋԱՅԻՆ ՄԹՆՈՂՈՐՏԻ ԴԵՐԸ

#### Ամփոփում

Ջերմագրային և ջերմաժանրաչափական անալիզների մեթոդով հետազոտվել է հիդրարգիլիտի և պիրիտի ջերմային քայքայումը: Ապացուցվել է, որ ջրաջերմային պայմանների հետևանքով մնուշի հատիկների չափերը մեծապես ազդում են քայքայման ամբողջ ընթացքի վրա:

R.T. MKRTCHIAN, Zh.Kh. GRIGORIAN, J.R. ANDREASIAN, A.R. MKRTCHIAN, S.K. GRIGORIAN

THE ROLE OF GAS ATMOSPHERE FORMING INSIDE HYDRARGYLLITE AND  
PYRITE GRAINS DURING THE THERMAL DECOMPOSITION  
OF THE MATERIAL

#### Summary

The process of thermal decomposition of hydrargyllite and pyrite has been studied using methods of thermographic and thermogravimetric analyses. It has been approved that the size of grains exerts considerable influence on the whole process of decomposition.

Химия

УДК 543.4+546.766+549.6

Ж.М. АРСТАМЯН, В.М. МЕЛЬНИКОВА-ШАРОВА

### ЭКСТРАКЦИОННО-АБСОРБЦИОМЕТРИЧЕСКОЕ ОПРЕДЕЛЕНИЕ ХРОМА ФУКСИНОМ В ПРОМСТОКАХ, ПОЧВАХ И РАСТЕНИЯХ

Изучено взаимодействие хрома (VI) с основным красителем трифенилметанового ряда – фуксином. Образующийся ионный ассоциат извлекается однократной экстракцией ( $R=0.97$ ) дихлорэтаном из солянокислых растворов ( $\text{pH } 1,0-0,5M$ ). Подчиняемость основному закону фотометрии наблюдается в интервале концентрации хрома  $0,012-5,0 \text{ мкг/мл}$ ,  $\bar{\epsilon}_{\text{м}} = 5 \cdot 10^4 \pm 500 (\text{л} \cdot \text{моль}^{-1} \cdot \text{см}^{-1})$ . Молярное отношение компонентов в ионном ассоциате равно  $1 : 1$ . Определению хрома мешают железо и сурьма. Разработанная методика была применена для определения микрограммовых количеств хрома (VI) в промстоках гальванического производства, почве и фасоли.

В настоящее время охрана окружающей среды требует систематического контроля содержания различных токсичных элементов, в частности хрома в промстоках, почвах и др. объектах.

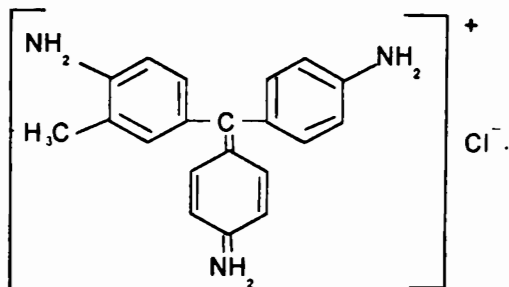
Важное значение имеет селективное определение хрома (VI) в присутствии хрома (III). Эти формы наиболее стабильны и имеют существенное физиологическое значение. Хром (III) – необходимый компонент для метаболизма глюкозы и жиров. Хром (VI) может стать причиной для новообразований. Ранее был описан экстракционно-атомно-абсорбционный метод определения хрома (VI) в почве. Однако при подготовке почвы необходимо выделить и разделить эти формы хрома, затем уже проводить анализ [1].

Ранее для определения хрома нами были применены основные красители трифенилметанового [2–4], тиазинового [5, 6], родаминового [7, 8], оксазинового [9] и др. рядов.

Данная работа посвящена изучению возможности применения другого представителя трифенилметанового (ТФМ) ряда – фуксина.

В отличие от других ТФМ красителей, фуксин содержит несколько лиофильных  $-\text{NH}_2$ -групп. Согласно литературным данным, такие красители проявляют малую экстракционную способность. С этой точки зрения исследование взаимодействия хрома (VI) с фуксином представляет большой интерес и никем не проводилось.

Формула красителя такова:



**Экспериментальная часть.** Стандартный раствор хрома (VI) готовили растворением в воде точной навески высушенного  $K_2Cr_2O_7$  при  $140^{\circ}C$ , а красителя – растворением навески препарата марки ч.д.а. в воде и отфильтровывали. Оптическую плотность (ОП) экстрактов измеряли на спектрофотометре СФ-16, значение рН водной фазы – на потенциометре ЛПУ-01 со стеклянным электродом.

Предварительными опытами было установлено, что фуксин с хромом (VI) образует ионный ассоциат розового цвета. Для установления оптимальных условий образования и экстракции ионного ассоциата опыты проводили в зависимости от основных факторов. Так, для выбора растворителя в качестве экстрагента использовали бензол и его гомологи, хлорпроизводные предельных углеводородов, сложные эфиры уксусной кислоты и др.

Для извлечения ионного ассоциата наиболее эффективным оказался дихлорэтан\*. Максимум светопоглощения дихлорэтановых экстрактов ионного ассоциата наблюдается при длине волны  $\lambda = 535 - 540_{nm}$ . Хром (VI) практически полностью извлекается из растворов HCl (рН 1,0 до 0,5M) в присутствии  $7,55 \cdot 10^{-3} - 9,1 \cdot 10^{-3} M$  красителя. Экстракционное равновесие создается за 1 мин. Методом повторной экстракции определен фактор извлечения:  $R = 0,97$ . Хром (VI) практически полностью переходит в органическую фазу однократной экстракцией. ОП дихлорэтановых экстрактов сохраняется постоянной в течение 2ч. Подчиняемость основному закону фотометрии наблюдается при концентрации хрома 0,012–5,0мкг/мл. На основании калибровочного графика рассчитан средний молярный коэффициент погашения:  $\bar{\epsilon}_{537} = 5 \cdot 10^4 \pm 500 (л \cdot моль^{-1} \cdot см^{-1})$ .

Исследовано влияние ионов, сопутствующих хрому в объектах окружающей среды. Определению 2,0мкг хрома не мешают  $5,6 \cdot 10^4$ -кратные количества Ca;  $2,84 \cdot 10^4$ -кратные Ni, Mg, Al;  $2,6 \cdot 10^4$ -кратные Cu, Zn;  $2,93 \cdot 10^2$ -кратные Cd. Мешают железо, сурьма.

Методами Асмуса и сдвига равновесия установлено отношение катиона красителя к аниону хрома (VI), равное 1 : 1. Состав ионного ассоциата можно представить так:  $[краситель]^+ HCrO_4^-$ .

Разработанная методика была применена для определения хрома (VI)

\* При необходимости следует провести дополнительную очистку перегонкой.

в промстоках гальванического производства\*, в почве с территории завода (НИТИМ, г. Ереван) и в фасоли Араратской долины.

*Определение хрома (VI) в промстоках.* Пробу воды (25мл) упаривают досуха, остаток растворяют в 0,5М HCl. Раствор переливают в мерную колбу емкостью 25мл, доливают до метки 0,5М HCl.

В делительной воронке к аликвотной части раствора добавляют 0,5М HCl до конечного объема водной фазы – 4,5мл, приливают 0,5мл 0,025%-го раствора фуксина, 5мл дихлорэтана, встряхивают 1мин, органическую фазу отделяют и измеряют ОП на спектрофотометре СФ-16 при длине волны  $\lambda = 537\text{нм}$ ,  $b=0,1\text{см}$ . Результаты приведены в таблице.

*Определение хрома в промстоках, почве и фасоли. Правильность результатов анализа. Проверка методом добавок ( $p=0,95$ ,  $n=6$ )*

Объект	Ион	Хром, мкг		$\Delta\bar{C}_r$	$S_r \cdot 10^{-2}$	$\Delta\bar{C}_r \pm t_\alpha \cdot \frac{S}{\sqrt{n}}$	
		введено	найдено				
промстоки	Cr(VI)	–	2,0				
		10	12,12	10,12	3,92	$10,12 \pm 0,33$	
		10	11,85	9,85	3,85	$9,85 \pm 0,28$	
почва	Cr(VI)	–	3,83				
		10	13,78	9,95	2,50	$9,95 \pm 0,21$	
		10	14,12	10,29	2,53	$10,29 \pm 0,28$	
	Cr(III)	–	2,55				
		10	12,85	10,30	2,28	$10,30 \pm 0,25$	
		10	12,45	9,90	2,15	$9,90 \pm 0,30$	
фасоль	Cr(VI)	–	–				
		10	10,35	10,35	2,33	$10,35 \pm 0,26$	
		10	9,85	9,85	2,18	$9,85 \pm 0,23$	

*Определение хрома в почве.* Навеску почвы (5г) прокалывают в муфельной печи 1,5–2,0ч при температуре красного каления (500–550°C) в фарфоровой чашке. После охлаждения добавляют 5мл HCl (пл. 1,19), 5мл HNO<sub>3</sub> (пл. 1,4). Раствор упаривают досуха на водяной бане. Сухой остаток растворяют при нагревании в 0,5М HCl, фильтруют в 25мл мерной колбе и доливают до метки 0,5М HCl (колба 1).

*Определение хрома (VI) в присутствии хрома (III) \*\*.* В делительной воронке к аликвотной части раствора (2мл, колба 1) добавляют 2,5мл 0,5М HCl, 0,5мл 0,025%-го раствора фуксина, далее продолжают определение хрома (VI) по вышеописанной методике (результаты см. в табл.).

*Определение суммарного содержания хрома.* Раствор почвы (10мл, колба 1) упаривают досуха в фарфоровой чашке. Приливают 5–7мл 1М

\* После очистки сточных вод от хрома (VI) путем его восстановления гидросульфитом натрия до хрома (III) проводится контроль оставшегося хрома (VI).

\*\* При наличии мешающих ионов предварительно отделяют Cr (VI). К раствору почвы (10мл, колба 1) добавляют 300мг Fe (III), 0,5г NH<sub>4</sub>Cl, нагревают до 70–80°, приливают по каплям NH<sub>4</sub>OH до pH 8–9. Фильтруют, к раствору добавляют 0,5М HCl до кислой реакции, затем переносят в 25мл мерную колбу и доливают до метки 0,5М HCl.

раствора NaOH, 3–4 мл 3%-го  $H_2O_2$ . Затем нагревают до 70–80°, оставляют на кипящей бане 10–15 мин. При образовании осадка раствор фильтруют, осадок промывают 2–3 раза водой. Для удаления избытка  $H_2O_2$  раствор упаривают досуха, приливают 5–7 мл воды, снова выпаривают досуха (полноту удаления  $H_2O_2$  проверяют  $KMnO_4$  в капле раствора на часовом стекле). Сухой остаток растворяют в 0,5М HCl, переносят в 25 мл мерную колбу, доливают до метки 0,5М HCl.

В делительной воронке к аликвотной части раствора добавляют 0,5М HCl до конечного объема – 4,5 мл, далее продолжают определение хрома (VI) по вышеописанной методике (результаты см. в табл.).

*Определение хрома (VI) в фасоли.* Навеску пробы (3 г) озоляют в корундовом или фарфоровом тигле при 500–600°C. Остаток смачивают водой, приливают 2 мл  $HNO_3$  (пл. 1,40). Раствор упаривают до влажных солей, тигель ставят в слабонагретый муфель на 10 мин, охлаждают, сухой остаток\* растворяют в 0,5М HCl, переносят в 25 мл мерную колбу, доливают до метки 0,5М HCl.

В делительной воронке к аликвотной части раствора (2 мл) добавляют 2,5 мл 0,5М HCl, далее продолжают анализ по методике определения хрома (VI) в промстоках (результаты см. в табл.).

Таким образом, при использовании более высокополярного растворителя – дихлорэтана нам удалось осуществить экстракцию ионного ассоциата хрома (VI) с фуксином-красителем, содержащим несколько леофильных  $-NH_2$ -групп.

Разработанный нами метод отличается избирательностью и дает возможность определить хром (VI) в присутствии хрома (III), однако по чувствительности уступает методам с другими красителями трифенилметанового ряда.

*Кафедра аналитической химии*

*Поступило 10.04.2002*

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Коренман Я.И., Копач С., Калембкневич Я., Филар Л., Папчак Б. – Ж. аналит. химии, 2000, т. 55, № 1, с. 31.
2. Арстамян Ж.М., Акопян С.В. – Межвуз. сб.: Химия и химич. технология, 1983, вып. 2, с. 64.
3. Арстамян Ж.М. – Ученые записки ЕГУ, 1985, № 1, с. 86.
4. Арстамян Ж.М. – Ученые записки ЕГУ, 1986, № 1, с. 101.
5. Арстамян Ж.М. – Хим. ж. Армении, 1998, т. 51, № 2, с. 28.
6. Арстамян Ж.М. – Ученые записки ЕГУ, 1997, № 2, с. 32.
7. Арстамян Ж.М., Каринян Р.С. – Арм. хим. ж., 1990, т. 43, № 7, с. 442.
8. Арстамян Ж.М. – Ученые записки ЕГУ, 1989, № 2, с. 77.
9. Арстамян Ж.М. – Хим. ж. Армении, 1999, т. 52, № 1–2, с. 43.

---

\* При определении суммарного содержания хрома предварительно окисляют хром (III) до хрома (VI), затем проводят экстракцию хрома (VI) по методике определения его в почве.

ՔՐՈՄԻ ԷՔՍՏՐԱԿՑԻՈՆ-ԱՐՍՈՐԲՑԻՈՍՏՏՐԻԿ ՈՐՈՇՈՒՄԸ  
ՖՈՒՔՍԻՆՈՎ ՀՈՍՔԱԶՐԵՐՈՒՄ, ՀՈՂՈՒՄ ԵՎ ԲՈՒՅՍԵՐՈՒՄ

Ա մ փ ո փ ո մ

Հետազոտված է քրոմի (VI) փոխազդեցությունը տրիֆենիլմեթանային շարքի հիմնային ներկանյութ ֆուքսինի հետ: Առաջացած իոնական ասոցիատը միանվագ ( $R=0,97$ ) լուծահանվում է դիքլորեթանով աղաթթվային լուծույթներից (pH 1,0–0,5 M): Լուսակլանման հիմնական օրենքին ենթարկվում է քրոմի 0,012–5,0 մկգ/մլ քանակների դեպքում: Մարման մոլային գործակիցը՝  $\bar{\epsilon}_{337} = 5 \cdot 10^4 \pm 500$  ( $l \cdot \text{մոլ}^{-1} \cdot \text{սմ}^{-1}$ ):

Բաղադրիչների մոլային հարաբերությունը իոնական ասոցիատում կազմում է 1 : 1: Քրոմի որոշմանը խանգարում են երկաթը և անտիմոնը:

Մշակված մեթոդը կիրառվել է գալվանական արտադրամասի հոսքաջրերում, հողում և լճու մեջ քրոմի միկրոգրամային քանակների որոշման համար:

J.M. ARSTAMIAN, V.M. MELNIKOVA-SCHAROVA

EXTRACTION-ABSORPTIOMETRIC DETERMINATION OF CHROMIUM  
BY FUXINE IN WASTE WATERS, SOIL AND PLANTS

Summary

An interaction of chromium (VI) with basic dye of triphenylmethane row fuxine has been studied. Formed ion associate once-through extracted by the dichloroethane from pH 1,0 to 0,5M hydrochloric acid solutions. The ion associate is submitted to the main law of spectrophotometry in the 0,012–5,0mcg/ml range of chromium contents,  $\bar{\epsilon}_{337} = 5 \cdot 10^4 \pm 500$  ( $l \cdot \text{mol}^{-1} \cdot \text{cm}^{-1}$ ).

The molar ratio between chromium (VI) anion and fuxine cation in formed compound has been determined, which is 1 : 1. The determination of chromium is hindered by iron and antimony.

The suggested method was applied in microgram amounts of chromium (VI) ion determination in waste waters of galvanic manufacture in soils and haricot.



*Կենսաբանություն*

УДК 577.1.05

Մ.Ա. ԴԱՎԹՅԱՆ, Մ.Հ. ԽԱՉԱՏՐՅԱՆ, Հ.Հ. ՍԵՄԵՐՋՅԱՆ, Գ.Հ. ՍԵՄԵՐՋՅԱՆ

*CANDIDA GUILLIERMONDII* НП-4 ԽՍՈՐԱՄՆԿԵՐԻ  
ԿՈՒՆՏՈՒՐԱՆԵՐՈՒՄ ԱԴԵՆԻՆԻ ԴԵՉԱՄԻՆԱՑՈՒՄԸ

Բազմաթիվ հետազոտողների կողմից պարզվել է, որ խմորասնկերը յուրացնում են ազոտի ինչպես օրգանական, այնպես էլ անօրգանական միացությունները [1–3]: Անօրգանականներից լավ յուրացվում են ամոնիումի աղերը [4], նիտրատները և մոլեկուլային ազոտը, իսկ օրգանականներից՝ ամինաթթուները, ամիդները, պեպտիդները:

Ամինաթթուների յուրացումը, անկասկած, սկսվում է նրանց ամինախմբի անջատմամբ՝ այս կամ այն մեխանիզմով: Դա իրականացվում է ինչպես տրանսամինացմամբ, այնպես էլ ամոնիակի անջատումով, որը ներգրավվելով մի շարք կարևոր միացությունների (պուրինային և պիրիմիդինային նուկլեոտիդներ, տրիպտոֆան, հիստիդին, գլյուկոզամին և այլն) կենսասինթեզի մեջ, ապահովում է բջջի նորմալ աճը:

Մեր կողմից հետազոտությունները կատարվել են *Candida guilliermondii* НП-4 կուլտուրայի սուսպենզիայի և հոմոգենատի վրա: Ինկուբացիան իրականացվել է 37<sup>0</sup>С-ի պայմաններում, ֆոսֆատային բուֆերում՝ рН 7.4: Որպես ակտիվատոր օգտագործվել է MgCl<sub>2</sub>-ի լուծույթը (29մգ 0.2մլ-ում), որպես սուբստրատ՝ ադենինը:

Հետազոտման մեթոդները: Ամոնիակը որոշվել է միկրոդիֆուզիոն մեթոդով [5]: Այն հիմնված է ամոնիակի և Վինկլերի ռեակտիվի միջև ռեակցիայի գունավորման վրա: Դիֆուզիայի հետևանքով անջատված ցնդող նյութը՝ NH<sub>3</sub>-ը, միանում է ձողիկի մակերեսին գտնվող աղսորբող հեղուկ H<sub>2</sub>SO<sub>4</sub>-ի 0.1 N լուծույթի հետ՝ առաջացնելով ամոնիումի սուլֆատ: Գունավորման ուժգնությունը չափում են ֆոտոէլեկտրակոլորիմետրով (ՓՅԿ-56): NH<sub>3</sub>-ի քանակը որոշում են (NH<sub>4</sub>)<sub>2</sub>SO<sub>4</sub>-ի հայտնի խտությունով ստացված ստանդարտ կորով, ֆերմենտի ֆրակցիոնացումը իրականացվել է գելֆիլտրացիայի մեթոդով՝ սեֆադեքս G-100-ով [6]: Սպիտակուցը որոշվել է սպեկտրոֆոտոմետրիկ եղանակով (СФ-4):

**Արդյունքներ և քննարկում:** Գրականության մեջ քիչ են տվյալները խմորասնկերում ամինաթթուների, ազոտային հիմքերի, նուկլեոտիդների դեզամինացման պրոցեսների առանձին ֆերմենտատիվ համակարգերի վերաբերյալ:

Որոշ օրգանիզմներում [7] ադենինը հիդրոլիտիկ ճանապարհով ադենինդեզամինազ ֆերմենտի ազդեցությամբ ճեղքվում է հիպոքսանթինի և ամոնիակի: Ֆերմենտն ունի սահմանափակ տարածում: Ամոնիակի առաջացման և չեզոքացման մեխանիզմներում դեռևս չպարզաբանված հարցեր կան:

Ուսումնասիրվել է *Candida guilliermondii* HП-4 խմորասնկերում ադենինի տարբեր կոնցենտրացիաների պայմաններում ֆերմենտի առավելագույն դեզամինացման կինետիկան: Այս կուլտուրայի բջջային հոմոգենատում սուրստրատի կոնցենտրացիայի մեծացման հետ փոխվում է անջատվող  $\text{NH}_3$ -ի քանակությունը և 30 մկմոլ-ի դեպքում ֆերմենտը ցուցաբերում է իր առավելագույն ակտիվությունը:

Այնուհետև հետաքրքիր էր պարզել ադենինը դեզամինացնող ֆերմենտի ներբջջային լոկալիզացիան: Այդ նպատակով հոմոգենատը ենթարկվել է ցենտրիֆուգման 6000g և 9000g արագացումներով: Ֆերմենտի ակտիվությունը որոշվել է ինչպես ամբողջական բջիջներում, այնպես էլ հոմոգենատում, նստվածքում և վերնստվածքում:

Անջատված  $\text{NH}_3$ -ի քանակությունից (աղյուսակ 1) կարելի է ենթադրել, որ ադենինը ամբողջական բջիջների մեջ չի ներթափանցում, այդ պատճառով էլ այնտեղ ադենինդեզամինազ ֆերմենտի ակտիվություն չի հայտնաբերված:

Աղյուսակ 1

Ամոնիակի անջատումը *Candida guilliermondii* HП-4 կուլտուրայի ամբողջական բջիջներում և հոմոգենատում (γ 100 մգ կենսազանգվածում)

Ամբողջական բջիջ	Հոմոգենատ	6000g		9000g	
		վերնստ.	նստվածք	վերնստ.	նստվածք
0	4.98	4.50	0	4.72	0

Ադենինը դեզամինացնող ֆերմենտի բարձր ակտիվություն է հայտնաբերվել վերնստվածքում հոմոգենատը ինչպես 6000g, այնպես էլ 9000g-ով ցենտրիֆուգելուց հետո՝ 4.5γ և 4.72γ 100 մգ կենսազանգվածում համապատասխանաբար:

Ուսումնասիրությունների հաջորդ տապալը նվիրված է  $\text{Mn}^{+2}$  և  $\text{Zn}^{+2}$  երկվալենտ իոնների տարբեր կոնցենտրացիաների ազդեցությանը ադենինդեզամինազ ֆերմենտի ակտիվության վրա: Համաձայն ստացված տվյալների (աղյուսակ 2)՝ նշված իոնները արգելակում են ֆերմենտի ակտիվությունը տարբեր չափով՝ կախված նրանց կոնցենտրացիաներից:

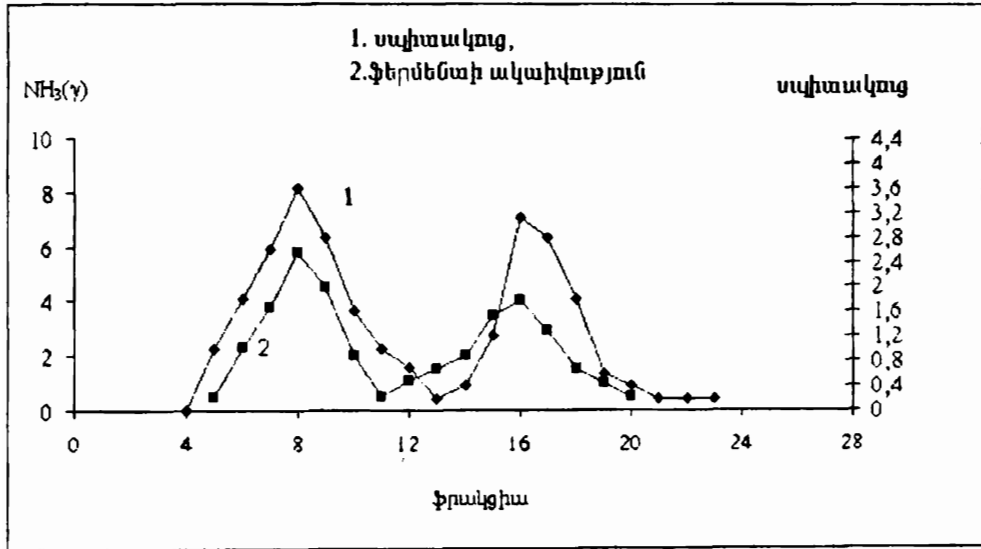
$\text{Mn}^{+2}$  իոնի ցածր կոնցենտրացիաները թույլ ընկճող ազդեցություն են ունենում ֆերմենտի ակտիվության վրա: Կոնցենտրացիայի բարձրացման հետ մեծանում է նրա ընկճող ազդեցությունը,  $6.25 \cdot 10^{-4} M$ -ի դեպքում հասնելով առավելագույնի, երբ ամբողջական հոմոգենատում ֆերմենտի ակտիվությունը կազմում է 7.8γ 100 մգ կենսազանգվածում: Սակայն նույնը չի կարելի ասել  $\text{ZnCl}_2$ -ի վերաբերյալ: Եթե  $\text{MnCl}_2$ -ի  $0.62 \cdot 10^{-5} M$  կոնցենտրացիայի

դեպքում ֆերմենտի ակտիվությունը 7.32γ է, ապա ZnCl<sub>2</sub>-ի նույն կոնցենտրացիայի դեպքում այն 6.0γ է, այսինքն, այստեղ դիտվում է ֆերմենտի ակտիվության որոշակի ընկճում, որը 6.25 · 10<sup>-4</sup> M կոնցենտրացիայի դեպքում արդեն հասնում է 0.9γ-ի:

Աղյուսակ 2

Տարբեր իոնների ազդեցությունը *Candida Guilliermondii* НП-4 խմորասնկերում ադենինդեզամինազ ֆերմենտի ակտիվության վրա (γ 100մգ կենսազանգվածում)

Երկվալենտ մետաղների կոնցենտրացիան, M	Mn <sup>+2</sup>		Zn <sup>+2</sup>	
	γ	%	γ	%
0.62 · 10 <sup>-5</sup>	7.32	93.84	6.00	76.92
1.25 · 10 <sup>-5</sup>	6.00	76.92	4.60	58.97
1.25 · 10 <sup>-4</sup>	4.46	57.18	3.30	42.31
2.50 · 10 <sup>-4</sup>	3.00	38.46	1.20	15.38
6.25 · 10 <sup>-4</sup>	1.88	24.10	0.90	11.54



*C. guilliermondii* НП-4 խմորասնկերի ադենինդեզամինազի իզոենզիմային սպեկտրը:

*Candida guilliermondii* НП-4 խմորասնկերում ադենինդեզամինազ ֆերմենտի մասնակի մաքրման նպատակով իրականացվել է չափազատում գելֆիլտրացիայի մեթոդով: Արդյունքում ստացվել է (տես նկարը) երկու մաքսիմում սպիտակուցների համար, որոնք օժտված են ադենինդեզամինազնող ֆերմենտային ակտիվությամբ:

Կենսաքիմիայի ամբիոն

Ստացվել է 11.03.2002

#### Գ Ր Ա Կ Ա Ն Ո Ւ Թ Յ Ո Ւ Ն

1. Инджикян С.М. Усвоение аланина, валина, лейцина и некоторых их гомологов дрожжами рода *Candida*: Автореф. дис. на соискание уч. ст. канд. биол. наук. Ер., 1969.
2. Коновалов С.А. – Микробиология, 1949, т. 18, вып. 4.

3. Макарова Е.И. Влияние источников азота и витаминов на синтез биомассы и состав аминокислот у дрожжей рода *Candida*: Автореф. дис. на соискание уч. ст. канд. биол. наук. Ер., 1963.
4. Тер-Карапетян М.А., Инджикян С.М – ДАН Арм. ССР, 1966, т. 43, № 2.
5. Zelingson D., Zelingson H. – J. lab. clin. Med., 1951, v. 38, p. 324.
6. Алейникова Т.Л., Рубцова Г.В. Руководство к практическим занятиям по биологической химии. М., 1988.
7. Киритейне Б.Е., Львов Н.П., Любимов В.И., Кретович В.Л. – Докл. АН СССР, 1968, т. 181, № 3.

М.А. ДАВТЯН, М.А. ХАЧАТРЯН, Г.А. СЕМЕРДЖЯН, Г.Г. СЕМЕРДЖЯН

## ДЕЗАМИНИРОВАНИЕ АДЕНИНА У ДРОЖЖЕЙ *CANDIDA GUILLIERMONDII NP-4*

### Резюме

Исследованы процессы дезаминирования аденина в гомогенатах дрожжей *Candida guilliermondii NP-4*, локализация фермента, а также влияние двухвалентных ионов  $Mn^{+2}$  и  $Zn^{+2}$  на активность действующей в клетках вышеуказанной культуры аденазы.

Относительно высокая активность фермента проявляется при концентрации 30 мкмоль. Методом гель-фильтрации осуществлена частичная очистка фермента. Обнаружены два пика белков, которые обладают аденин-дезаминирующей ферментативной активностью.

M.A. DAVTYAN, M.A. KHACHATRYAN, G.A. SEMERGYAN, G.G. SEMERGYAN

## ADENIN DESAMINATION IN YEASTS *CANDIDA GUILLIERMONDII NP-4*

### Summary

The process of adenin desamination in homogenates of yeasts *C. guilliermondii NP-4*, the localisation of enzyme, as well as by influence of bivalent ions  $Mn^{+2}$  and  $Zn^{+2}$  on the activity of adenaze of the above mentioned culture have been studied.

Comparatively high activity of the enzyme is shown at 30 μmol concentration. By method of hel-filtration the partial purification of enzyme was realized. Two protein peaks to possess the adenine desamination enzymatic activity have been found.

УДК 612.821

А.Н. АРАКЕЛЯН, В.Г. ГРИГОРЯН, А.Р. АГАБАБЯН

## ИССЛЕДОВАНИЕ ФУНКЦИОНАЛЬНОГО СОСТОЯНИЯ ЦЕНТРАЛЬНОЙ НЕРВНОЙ СИСТЕМЫ ПРИ РЕШЕНИИ ЗАДАЧИ НА КОМПЬЮТЕРЕ ЗРИТЕЛЬНО-ПРОСТРАНСТВЕННОГО ПРОФИЛЯ

Исследовано функциональное состояние центральной нервной системы при решении задачи зрительно-пространственного содержания на компьютере с использованием метода определения времени зрительно-моторной реакции. Были выделены 2 группы испытуемых по направленности изменения значений времени реакции. Показано, что у испытуемых I группы при стабильной эффективности деятельности наблюдается увеличение времени реакции, что может указывать на развитие утомления. У испытуемых же II группы повышение эффективности деятельности коррелирует с укорочением времени реакции, что может свидетельствовать о наилучшем соотношении возбuditельно-тормозных процессов в коре головного мозга. Исходя из этого, сделано предположение, что для испытуемых II группы предложенное нами задание является адекватным и не является источником эмоционального напряжения.

Работа на компьютере создает специфическую нагрузку на центральную нервную систему (ЦНС), так как при этом появляется большая эмоциональная заинтересованность, мобилизуются такие качества психики, как решительность, настойчивость, ответственность и т.п. [1]. Привлекательность решаемых задач, увлеченность самим процессом работы на компьютере таят в себе опасность наркотизирующего эффекта.

Для выявления функционального состояния ЦНС и ее адаптивных возможностей при работе на компьютере широко используется метод определения латентного периода (ЛП) зрительно-моторной реакции (ЗМР) [2–4]. Эта методика широко используется в гигиенических и физиологических исследованиях для изучения умственной работоспособности и степени утомления при различных нагрузках [5–6]. Известно, что время реакции отражает как функциональное состояние ЦНС, степень ее утомления, так и натренированность [4].

Целью настоящего исследования было выявление изменения функционального состояния ЦНС в динамике 3-часового выполнения на компьютере задачи зрительно-пространственного профиля.

**Материал и методика.** Исследования проводились на 90 практически здоровых испытуемых в возрасте от 18 до 23 лет с выраженной праворукостью. Задание заключалось в выполнении на компьютере в течение 3

часов задачи зрительно-пространственного профиля: перемещении движущихся объектов геометрического контура в указанном пространстве за ограниченное время. Испытуемые были хорошо ознакомлены с предложенной задачей. Работа на дисплее прерывалась 3 раза (через каждый час –  $T_1$ ,  $T_2$ ,  $T_3$ ) для дискретной регистрации ЛП ЗМР при помощи измерителя последовательных реакций “ИПР-01”. Были выделены 2 группы испытуемых по направленности изменения значений ЛП ЗМР. Критерием оценки эффективности их деятельности являлось количество баллов, которые подсчитывались компьютером за каждый час работы.

Полученные в эксперименте данные подвергались статистической обработке по t-критерию Стьюдента.

**Полученные результаты и их обсуждение.** Данные статистического анализа значений латентного периода простой ЗМР – ПЗМР (время реакции) и эффективности деятельности приведены в таблице, из которой видно, что у испытуемых I группы наблюдается следующая закономерность.

Фоновое время ( $T_0$ ) реакции равнялось  $422,56 \pm 3,0 \text{ мс}$ . При  $T_1$  его значение недостоверно увеличилось. Ко второму и третьему часам выполнения зрительно-пространственной задачи ЛП ПЗМР увеличился ( $p < 0,01$ ) по сравнению с фоном на 87 и 106 мс соответственно.

*Динамика изменений значений латентного периода простой зрительно-моторной реакции и эффективности игры у испытуемых I и II групп*

		$T_0$	$T_1$	$T_2$	$T_3$
Время реакции, мс	I группа	$422,56 \pm 3,0$	$458,11 \pm 7,39$	$509,67 \pm 7,66$	$528,67 \pm 2,65$
	II группа	$446,58 \pm 3,2$	$438,75 \pm 2,96$	$425,33 \pm 1,94$	$414,0 \pm 2,11$
Эффективность игры	I группа		$14,06 \pm 4,16$	$15,56 \pm 3,42$	$16,74 \pm 5,56$
	II группа		$13,25 \pm 1,12$	$16,24 \pm 2,91$	$17,35 \pm 1,28$

Статистический анализ значений времени реакции у испытуемых II группы выявил, что его фоновое значение составляло  $446,58 \pm 3,2 \text{ мс}$ , при  $T_1$  оно равнялось  $438,75 \pm 2,96 \text{ мс}$ , ко второму и третьему часам работы на компьютере достоверно ( $p < 0,001$ ) снизилось по сравнению с  $T_0$  на 21 и 32 мс соответственно.

Итак, анализ изменений значений ЛП ПЗМР выявил у испытуемых I группы достоверное его увеличение, а у испытуемых II группы – достоверное укорочение к концу работы.

Нами был также проведен статистический анализ показателей эффективности выполнения задания, которую рассчитывали по баллам после каждого часа игры (см. табл.). Как видно из данных таблицы, у испытуемых I группы эффективность выполняемой работы остается достаточно высокой и наблюдается тенденция к ее повышению в течение 3 часов игры. Эффективность же работы испытуемых II группы к третьему часу достоверно ( $p < 0,01$ ) увеличивается на 4,1 балла по сравнению с фоном.

Таким образом, тот факт, что у испытуемых I группы при стабильной эффективности деятельности наблюдается увеличение времени ПЗМР, может указывать на ослабление возбудительных процессов [6–8]. Это позволяет предположить, что в результате предложенного задания у испы-

туемых I группы развивается утомление. Повышение эффективности деятельности у испытуемых II группы коррелируется с укорочением времени реакции, что может свидетельствовать, на наш взгляд, о наилучшем соотношении возбuditельно-тормозных процессов в коре головного мозга. Полученные нами данные подтверждаются результатами Н.А. Пальнау и соавторов [7] и Г.Н. Лукьянца [4], по мнению которых, сочетание повышения эффективности деятельности и укорочения времени реакции является самым оптимальным для характеристики функционального состояния ЦНС. Мы полагаем также, что сама деятельность может оказывать мобилизующее воздействие на нервные центры, образуя доминантный очаг возбуждения, в результате чего к концу работы наблюдается укорочение времени реакции.

Итак, исходя из того факта, что во II группе испытуемых ПЗМР и эффективность деятельности улучшаются, можно предположить, что зрительно-пространственное задание является для них адекватным и не приводит к эмоциональному перенапряжению.

*Кафедра физиологии человека и животных*

*Поступило 03.03.2002*

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Шмелев А. – Информатика и образование, 1987, № 1, с. 85–92.
2. Барсукова Н.К., Сорокина Т.Н. В кн.: Новые исследования в психологии и возрастной физиологии. М.: Педагогика, 1989, т. 1, с. 114–117.
3. Бирюкович А.А. – Там же, с. 100–104.
4. Лукьянец Г.Н. – Там же, с. 96–99.
5. Агарков В.И. – Гигиена и санитария, 1980, № 3, с. 47–48.
6. Proverbio A.M., Mangun G.R. – Int. J. Neurosci., 1994, v. 79, № 3–4, p. 221–233.
7. Пальнау Н.А., Лапцевич С.П., Маленок Т.В. и др. В кн.: Новые исследования в психологии и возрастной физиологии. М.: Педагогика, 1989, т. 1, с. 104–107.
8. Труш В.Д., Фишман М.Н. – Физиология человека, 1991, т. 17, № 5, с. 91.

ԱՆ ԱՈԱԲԵԼՅԱՆ, Վ.Հ. ԳՐԻԳՈՐՅԱՆ, Հ.Ռ. ԱՂԱԲԱԲՅԱՆ

ԿԵՆՏՐՈՆԱԿԱՆ ՆՅԱՐԴԱՅԻՆ ՀԱՄԱԿԱՐԳԻ ԳՈՐԾԱՌԱԿԱՆ  
ՎԻՃԱԿԻ ՀԵՏԱՉՈՏՈՒՄԸ ՀԱՄԱԿԱՐԳՉՈՎ ՏԵՍՈՂԱԿԱՆ-  
ՏԱՐԱԾԱԿԱՆ ԲՆՈՒՅԹԻ ԽՆԴԻՐ ԼՈՒԾԵԼՈՒ ԺԱՄԱՆԱԿ

#### Ամփոփում

Տեսա-շարժողական ռեակցիայի ժամանակի որոշման մեթոդի կիրառմամբ հետազոտված է կենտրոնական նյարդային համակարգի գործառական վիճակը համակարգչով տեսողական-տարածական բնույթի խնդիր լուծելու ընթացքում: Ըստ ռեակցիայի ժամանակի ցուցանիշների փոփոխման ուղղվածության առանձնացվել են 2 խումբ փորձարկվողներ: Ցույց է տրված, որ կայուն էֆեկտիվ գործունեության հետ մեկտեղ աճում է I խմբի փորձարկվողների ռեակցիայի ժամանակը, ինչը հոգնածության զարգացման վկայություն է: II խմբի փորձարկվողների գործունեության էֆեկտիվության բարձրացումը կապվում է ռեակցիայի ժամանակի նվազման հետ, որը կարող է

վկայել գլխուղեղի կեղևի դրոման-արգելակման պրոցեսների լավագույն փոխ-  
հարաբերության մասին: Ելնելով վերը նշվածից՝ ենթադրում ենք, որ տրված  
առաջադրանքը II խմբի փորձարկվողների ուժերի սահմանում է և չի առա-  
ջացնում հուզային լարվածություն:

A.N. ARAKELIAN, V.H. GRIGORIAN, H.R. AGHABABIAN

## THE STUDY OF FUNCTIONAL STATE OF CENTRAL NERVOUS SYSTEM DURING THE COMPUTERIZED SOLUTION OF VISUAL-SPATIAL TASK

### Summary

The study of functional state of central nervous system during the computerized solution of visual-spatial task has been the subject of present research. The method of defining of time of visual-motor reaction was used. There were selected two groups of examinees on the purposefulness of reactions time alteration. It was shown that for the first group of examinees during the stable effectiveness of their activity the growth of the time of reaction was observed. That testifies the promotion of fatigue weariness.

As to the second group the growth of effectiveness is being correlated by the shortening of time of reaction. It witnesses of best correlation of excited-inhibited processes in the cerebral cortex.

Taking this into consideration one may suppose that for the second group of examinees this task is adequate and is not a cause for the emotional tension.



*Биология*

УДК 612.014.4.083.36

Г.Г. ОГАНЕСЯН

**МЕТОД ДНК-КОМЕТ В ОЦЕНКЕ ПОВРЕЖДЕНИЙ И РЕПАРАЦИИ ДНК  
1. ОЦЕНКА ЭНДОГЕННЫХ ПОВРЕЖДЕНИЙ ДНК**

Метод ДНК-комет (гель-электрофорез отдельных клеток) позволяет эффективно оценивать генетические эффекты эндогенных факторов. В клетках больных периодической болезнью, в отличие от здоровых, не выявлено повышения уровней спонтанных и индуцированных эндонуклеазой III повреждений ДНК.

Измерение уровней повреждений и репарации ДНК – одна из основополагающих задач в исследованиях по генетической токсикологии и генетическому мониторингу популяций человека.

В настоящее время в научных исследованиях широко применяется метод комет (МК) – гель-электрофорез единичных клеток, позволяющий быстро и точно определять уровни как повреждений, так и репарации ДНК практически в любой популяции клеток эукариотических организмов.

МК впервые был разработан в 1984 г. [1], впоследствии он подвергался различным модификациям. Сущность метода заключается в том, что при наличии разрывов нитей в молекуле ДНК вследствие перераспределения зарядов разорванные края заряжаются отрицательно. При электрофорезе заряженная ДНК может двигаться из ядра по направлению к аноду. При этом возникает структура, похожая на комету: ядро напоминает головку, а вышедшая из ядра ДНК – ее хвост, длина и интенсивность окраски которого прямо пропорциональны количеству повреждений ДНК в данной клетке. На предметные стекла в агарозный слой помещается небольшое количество клеток. Клетки лизируются детергентами. После электрофореза препараты окрашиваются бромистым этидием и анализируются на флюоресцентном микроскопе либо визуально, либо с использованием специальных компьютерных программ [2].

В настоящее время применяются три основные модификации МК – в нейтральных и щелочных условиях лизиса, а также с использованием эндонуклеаз для оценки уровней окисленных азотистых оснований в ДНК. При нейтральных условиях лизиса [1] определяются только двуцепочечные разрывы ДНК, при щелочных ( $pH > 13$ ) – оценивается уровень одноцепочечных разрывов, так как при этом происходит раскручивание двойной спирали ДНК, благодаря которому освобождаются и отрываются от ДНК также и

одноцепочечные фрагменты. Метод позволяет обнаруживать не только открытые разрывы, но и щелочно-лабильные сайты, шивки ДНК и сайты неполной эксцизионной репарации. Эта разновидность метода используется наиболее широко [3]. Разновидность МК с использованием эндонуклеазных ферментов, вызывающих разрывы в местах окисленных пуринов и пиримидинов, позволяет оценивать уровень окислительного стресса в клетках [4].

Применение МК позволяет, в частности, изучать уровень эндогенных повреждений и репарации ДНК в клетках при изменениях физиологических параметров, а также при различных заболеваниях.

Показано, что изменение миграции ДНК в клетках крови в тесте комет может быть вызвано физической активностью [5]. С возрастом повышается уровень повреждений ДНК, индуцированных *in vitro* рентгеновским облучением [6].

В связи с дефектом инцизионной репарации в клетках больных пигментной ксеродермой, в отличие от здоровых, наблюдается индукция достоверно более низкого уровня опосредованных репарацией разрывов ДНК после облучения *in vitro* УФ-лучами. Авторы [7] предлагают использовать МК для диагностики пигментной ксеродермы. Оценка разрывов ДНК, индуцированных рентгеновским излучением, показала, что уровень репарации в опухолевых клетках достоверно ниже, чем в лейкоцитах периферической крови тех же пациентов [8]. В клетках больных анемией Фанкони и синдромом Дауна методом комет показан повышенный уровень разрывов ДНК [9]. Обнаружено, что уровень миграции ДНК в лимфоцитах при острых инфекциях увеличивается почти в 5 раз. Уровень комет повышается после курса лечения острых инфекционных заболеваний, а также при неполноценном питании [10].

Из ряда исследований семейной средиземноморской лихорадки или периодической болезни (ПБ), встречающейся с высокой частотой в армянской популяции, известно, что для данного заболевания характерна активация свободно-радикальных процессов в клетках и, в частности, повышенная продукция активных форм кислорода [11–13].

В связи с этим целью данной работы стало сравнительное изучение уровней окислительных повреждений ДНК в лейкоцитах 10 больных ПБ и 10 здоровых доноров.

В исследовании применялась разработанная Коллинзом [4] модификация МК с использованием эндонуклеазы III, вызывающей разрывы в области окисленных пиримидинов. Повреждения ДНК оценивались визуально под флуоресцентным микроскопом и выражались в условных единицах (у.е.). Статистический анализ проводился с использованием теста ANOVA из пакета STATGRAPHICS Plus.

При сравнении вариантов с ферментом и без фермента в клетках больных ПБ (150,1 и 36,3 у.е.) и здоровых доноров (146,5 и 35,9 у.е.) выявлено достоверное повышение уровней повреждений ДНК при действии эндонуклеазы III ( $p < 0,001$  в обоих случаях).

При сравнении уровней спонтанных и окислительных повреждений ДНК в клетках больных ПБ и здоровых лиц достоверных различий между двумя изученными группами не обнаружено ( $p > 0,05$ ). В то же время данные лите-

ратуры свидетельствуют о высоком уровне оксидативного стресса в клетках больных ПБ. Из полученных нами результатов следует, что оксидативный стресс, затрагивающий ряд клеточных компонентов, не обязательно коррелирует с повышением уровней оксидативных повреждений ДНК. Таким образом, высокочувствительный МК позволил нам выявить повышение уровней разрывов ДНК, обусловленных окислением пиримидинов, которое, очевидно, не связано с общим уровнем окислительного стресса в клетках.

Кафедра генетики и цитологии

Поступило 18.06.2002

## ЛИТЕРАТУРА

1. Ostling P.L., Johanson K.J. – Biochem. Biophys. Res. Commun., 1984, v. 123, p. 291–298.
2. Muller W.-U., Bauch T., Streffer C., Niedereichholz F., Bocker W. – Int. J. Radiat. Biol., 1994, v. 65, № 3, p. 315–319.
3. Singh P.N., McCoy T.M., Tice R.R., Schneider E.L. – Exp. Cell Res., – 1988, № 175, p. 184–191.
4. Collins A.R., Duthie S.J., Dobson V.L. – Carcinogenesis, 1993, v. 14, p. 1733–1735.
5. Hartman A., Plappert U., Raddatz K., Grunert-Fuchs M., Speit G. – Mutagenesis, 1994, v. 9, № 3, p. 269–272.
6. Singh N.P., Danner D.V., Tice R.R., Brant L., Schneider E.L. – Mutat. Res., 1990, v. 232, p. 123–130.
7. Green M.H.L., Lowe J.E., Harcourt S.A., Akinluyi P., Rowe T., Cole J., Anstey A.V., Arlett C.F. – Mutat. Res., 1992, № 273, p. 137–144.
8. Neubauer S., Liehr T., Birkenhake S., Gebhart E., Fietkau R., Sauer R. – Genetic Analysis: Biomolecular Engineering, 1998, № 14, p. 121–124.
9. Maluf S.W., Erdtmann B. – Cancer Genet Cytogenet., 2001, v. 124, № 1, p. 71–75.
10. Betancourt M., Ortiz R., Gonzales C., Perez P., Cortes L., Rodrigues L., Villasenor L. – Mutat. Res., 1995, v. 331, p. 65–77.
11. Арутюнян В.М., Симосян М.Б., Чакарян М.Б., Акопян Г.С., Симосян Р.М. – Медицинская наука Армении, 1997, № 1–2, с. 95–100.
12. Саркисян Т.Ф., Арутюнян Р.М., Эмери И., Межлумян А.С., Геворкян А.Л., Арцруни И.Г. – Медицинская наука Армении, 1997, т. 37, № 3–4, с. 131–139.
13. Karaguezryan K.G., Haroutjunian V.M., Mamiconyan R.S., Hakobian G.S., Nazaretian E.E., Hovsepryan L.M., Hoveyan G.A., Gevorkian E.M., Hovakimyan S.S., Zakarian A.E., Quinn P.J. – J. Clin. Pathol., 1996, v. 49, p. 453–455.

## Գ.Գ. ՀՈՎՀԱՆՆԻՍՅԱՆ

ԴՆԹ-ԳԻՍԱՍՏՂԵՐԻ ՄԵԹՈԴԸ ԴՆԹ-Ի Վ ՆԱՍՎԱԾՔՆԵՐԻ ԵՎ  
ՌԵՊԱՐԱՑԻԱՅԻ ԳՆԱՀԱՏՄԱՆ ՀԱՄԱՐ  
1. ԴՆԹ-Ի ԷՆԴՈԳԵՆ ՎՆԱՍՎԱԾՔՆԵՐԻ ԳՆԱՀԱՏՈՒՄ

## Ամփոփում

ԴՆԹ-գիսաստղերի մեթոդը առանձին բջիջների գել-էլեկտրաֆորեզ է, որը թույլ է տալիս էֆեկտիվ գնահատել էնդոգեն գերծոնների գենետիկական էֆեկտները: Ի տարբերություն առողջ մարդկանց բջիջների՝ պարբերական հիվանդությամբ տառապող հիվանդների բջիջներում չի հայտնաբերվել ինչպես սպոնտան, այնպես էլ էնդոնուկլեազ III-ով ինդուկտված ԴՆԹ-ի վնասվածքների մակարդակի աճ:

THE COMET ASSAY APPLICATION FOR ESTIMATION OF DNA DAMAGE  
AND REPAIR

1. ESTIMATION OF ENDOGENOUS DNA DAMAGE

Summary

Comet assay (CA) – single cells gel-electrophoresis can be used for effective estimate of DNA damage induced by endogenous agents. In cells of patients with periodic disease the increase of spontaneous and induced by endonuclease III levels of DNA damage compared with healthy subjects has not been revealed.

*Կենսաբանություն*

УДК 576.24:541.4

Ս.Գ. ԵՐՎԱՆԴՅԱՆ, Ե.Հ. ՍԻՄՈՆՅԱՆ, Ա.Ա. ՆԵՔԻՇ

**ՊՏՂԱՏՈՒՆԵՐԻ ԱՐԱԿԱՆ ԳԱՄԵՏՈՖԻՏԻ ՋԱՐԳԱՅՄԱՆ ՄԱՍԻՆ**

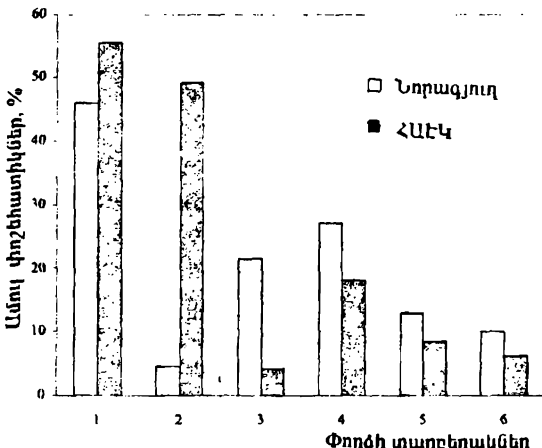
Միջավայրի գործոնների շարքում, որոնք հանգեցնում են իգական և արական ամլության, առանձնահատուկ տեղ են զբաղում անթրոպոգեն ազդակները: Գամետոֆիտային վերլուծությունը, որն այնքան կարևոր է մշակովի բույսերի բերքատվության բարձրացման տեսանկյունից, պակաս կարևոր դեր չունի նաև միջավայրի աղտոտվածության կենսաբանական ինդիկացիայի, զգայուն պոպուլյացիաների և տեսակների բացահայտման առումով: Կենսաբանական ինդիկատորների համակարգերի ստեղծման շնորհիվ հնարավոր կլինի տալ տարբեր տարածաշրջաններում աղտոտվածության համեմատական աստիճանը: Դրա համար օգտագործվում են ինչպես մուտացիաները հաշվելու ավանդական մեթոդներ, այնպես էլ՝ անուղղակի ինդիկատորներ, որոնց թվին է պատկանում միկրոգամետոֆիտի (ծաղկափոշու) ամլության վերլուծության տեսող [1-4]:

Աշխատանքի նպատակն է Արարատյան հարթավայրի տարբեր տեղանքներում աճող որոշ պտղատուների արական գամետոֆիտի ձևավորման ուսումնասիրությունը:

**Նյութը և մեթոդը:** Հետազոտությունները կատարվել են երկու վայրում՝ Հայաստանի ատոմային էլեկտրակայանի (ՀԱԷԿ – I) և նրանից մոտավորապես 30 կմ հեռավորության վրա գտնվող Նորագյուղի տարածքում (II): Որպես ուսումնասիրության օբյեկտ ընտրվել է վարդազգիների (*Rosaceae*) ընտանիքին պատկանող տարբեր պտղատուներից՝ ծիրանենու Շալախ և Թափարգա, տանձենու Մալաչա ու Չմենուկ, դեղձենու Նարինջ սորտերի և սովորական սալորենու արական գամետոֆիտը: Փորձի հավաստիության համար ծաղկափոշին հավաքվել է ծառերի տարբեր հարկերից: Նյութի մանրադիտակային հետազոտությունը կատարվել է արդեն մշակված մեթոդով [5, 6] ժամանակավոր ացետակարմինային պրեպարատների վրա: Արական գամետոֆիտի ամլության հաճախականությունը գնահատելու համար փորձի վեց տարբերակներից յուրաքանչյուրում հետազոտվել է մոտ 10000 բջիջ: Ստացված տվյալները մշակվել են համընդհանուր մեթոդով [7]:

Արդյունքները և դրանց քննարկումը: Հայտնի է, որ ծաղկավոր բույսերի զարգացման ցիկլում երկբջջանի արական գամետոֆիտի փուլը կազմված է իրար հաջորդող պրոցեսներից: Բազմաստիճան և փոխկապակցված այդ շրջանի հետազոտման ժամանակ ուշադրություն է դարձվել հասուն արական գամետոֆիտի՝ հասուն ծաղկափոշու տարբերակման և ձևավորման փուլերին: Արական գամետոֆիտի լիարժեքությունը բնութագրող հիմնական չափանիշի՝ անլության վերաբերյալ ստացված տվյալները ներկայացված են նկարում: Ստացված տվյալների համեմատությունը ցույց է տվել, որ հետազոտվող ձևերի շրջակա միջավայրի նկատմամբ ռեակցիայում դրսևորվել են գենոտիպերի կենսաբանական առանձնահատկությունները, ինչն էլ իր հերթին պայմանավորված է դրանց վերարտադրողական համակարգի յուրահատկությամբ: Միջավայրի նույն պայմանների ազդեցության դեպքում տարբեր օբյեկտների համար գրանցվել են տարարժեք արդյունքներ: Տվյալների համադրումից պարզորոշ է դարձել, որ ծիրանենու Շալախ սորտի բույսերի ծաղկափոշու անլությունն առավել բարձր է: Փորձարկման երկու վայրերում այդ ձևի համար գրանցվել է  $46.06 \pm 0,49$  (I) և  $55,58 \pm 0,49$  (%) (II) ոչ լիարժեք ծաղկափոշի: Հետաքրքիր է, որ նույն ծիրանենու տեսակին պատկանող մեկ այլ սորտի՝ Թափարգայի դեպքում, այդ հարաբերակցությունը չի պահպանվել: Այդ փորձանուշում արական գամետոֆիտի բարձր անլություն է դիտվել միայն ՀԱԷԿ-ի տարածքում՝  $49,30 \pm 0,50$ , իսկ Նորագյուղի տարածքում անհամեմատ ցածր՝  $4,62 \pm 0,21$  (%): Իհարկե, նման տվյալների հավաստիությունը ստուգելու համար անհրաժեշտ է ուսումնասիրության կրկնություն, որը պարտադիր է նաև մոնիտորինգի առումով:

Տվյալների համեմատաբար մոտ արժեքներ են գրանցվել փորձարկվող մյուս գենոտիպերի համար: Եթե Նորագյուղի պայմաններում Թափարգա սորտի անույ ծաղկափոշու քանակը ՀԱԷԿ-ին համեմատ ցածր է մոտավորապես 10 անգամ, ապա տանձենու Մալաչա սորտի դեպքում դիտվել է այլ հարաբերություն: Ծաղկափոշու առավել անլություն է նկատվել II վայրում՝  $21,40 \pm 0,41$ , իսկ I-ում՝ այն կազմել է ընդամենը  $4,17 \pm 0,20$  (%): Մյուս տեսակ-



Պտղատուների տարբեր տեսակների ամուլ ծաղկափոշու ձևավորման դինամիկան. 1. Շալախ, 2. Թափարգա, 3. Մալաչա, 4. Չմեռնուկ, 5. Նարինջ, 6. սալորենի:

ների ծաղկափոշու ընդհանուր ցածր անլության դեպքում հստակ արտահայտվել է հատկանիշի կախվածությունը բույսերի աճման պայմաններից և գենոտիպից: Այսպես, տանձենու այլ սորտի՝ Չմեռնուկի փորձարկման երկու տարբերակում էլ գրանցվել է համեմատաբար բարձր անլության տոկոս՝ I-ում  $18,0 \pm 0,41$ , իսկ II-ում՝  $27,22 \pm 0,45$ : Արական գամետոֆիտի առավելագույն ցածր անլություն է գրանցվել դեղձենու Նարինջ սորտի և սովորական սալորենու համար: Փորձարկման երկու տարբերակում դեղձենու

ամյությունը կազմել է  $8,40 \pm 0,28$  ՀԱԷԿ-ում և  $12,80 \pm 0,34$ (%) Նորագյուղում, իսկ սալորենու համար՝  $6,30 \pm 0,24$  և  $9,96 \pm 0,30$ (%) համապատասխանաբար:

Ստացված տվյալների վերլուծությունից ակնհայտ է դարձել, որ հետազոտվող գենոտիպերը տարբերվում են միջավայրի պայմանների նկատմամբ իրենց զգայունության ռեակցիայով: Այդ մասին են վկայում ստերիլության աստիճանի տարբեր արժեքները ինչպես հետազոտության տարբեր, այնպես էլ նույնիսկ նույն վայրում: Հետևաբար վերլուծվող չափանիշը կարող է ձևափոխվել՝ կախված միջավայրի կլիմայական պայմաններից և գենոտիպից: Առաջարկված տեստի հիման վրա հետազոտվող գենոտիպերն ըստ ամյության կարելի է խմբավորել՝ առանձնացնելով ուժեղ, ցածր և չափավոր ամյությամբ ձևեր: Դա հնարավորություն կտա ընտրելու շրջակա միջավայրի նկատմամբ առավել զգայուն կենսահնդիկատորներ՝ ըստ արական գամետոֆիտի ամյության տեստի: Այդպիսի մոտեցումը հիմնավորված է նրանով, որ կենսահնդիկացիայի դեպքում այս կամ այն տեսակի արժեքավորությունը, բացի նրա ունեցած տարածվածությունից, գնահատվում է նաև քննարկվող հատկանիշի (մեր փորձում ամյության) արտահայտման ցածր սպոնտան հաճախականությամբ [8]: Այդ չափանիշով բույսերը կարելի է օգտագործել միջավայրի ադոտոման ինդիկացիայի նպատակով՝ ըստ դրանց գամետոֆիտային ազդեցության:

Այսպիսով, առանձնացվել են ծաղկափոշու բարձր (ծիրանենու սորտեր) և չափավոր ու ցածր (դեղձենի, սալորենի) ամյությամբ գենոտիպեր: Միկրոգամետոֆիտային սուր մրցակցությամբ բնութագրվող առավել ցածր ամյությամբ պոպուլյացիաները կարող են հետաքրքրություն ներկայացնել կենսահնդիկացիայի տեսակետից՝ հարմար օբյեկտների շարքում ընդգրկվելու համար:

*Բջջագենետիկայի պրոբլեմային լաբորատորիա,  
բջջաբանության և գենետիկայի ամբիոն*

*Ստացվել է 21.12.2001*

#### Գ Ր Ա Կ Ա Ն Ո Ւ Թ Յ Ո Ւ Ն

1. Куринный А.И. – Цитология и генетика, 1983, т. 17, № 4, с. 32–35.
2. Куринный А.И., Лежачус Р.К., Елисеев К.Г. и др. Экологический контроль за применением пестицидов–мутагенов. Киев, 1989, 25 с.
3. Nilan R.A., Rosichan J.J., Arenar P. – Environ Health Perspect.. 1981, v. 37. p. 19–25.
4. Ottaviano E., Sarigoffa M., Mutcahy L.L. Pollen selection efficiency and monitoring isozems. Structure, function and use in biol. and medicine. Witey-Less inc., 1990. p. 575–588.
5. Ервандян С.Г., Сямолян Е.Г., Небиш А.А., Сихчян Г.Я., Арутюнян Р.М. – Вестник Международной академии наук экологии и безопасности жизнедеятельности., 1999, № 7(19), вып. 2, с. 54–56.
6. Паушева В.П. Практикум по цитологии растений. М.: Агроиздат, 1988, с. 256.
7. Плохинский И.М. – Математические методы в биометрии. М.: изд-во МГУ, 1978, с. 250–254.
8. Лях В.Д. – Цитология и генетика, 1985, т. 29, № 6, с. 76–82.

## О РАЗВИТИИ МУЖСКОГО ГАМЕТОФИТА ПЛОДОВЫХ

### Резюме

С применением теста определения стерильности пыльцы исследовано качество мужского гаметофита ряда видов плодовых в пределах Армянской атомной электростанции и в 30-ти км от нее – в районе села Норагюх. Показано, что в популяциях исследуемых образцов наблюдаются различия при образовании гаметофитного поколения. Выделены генотипы с высокой и низко-умеренной степенью дефектности микрогаметофита.

S.G.YERVANDYAN, S.G.SIMONYAN, A.A. NEBISH

## ABOUT THE DEVELOPMENT OF MALE GAMETOPHYTE OF FRUIT-TREES

### Summary

By the test of determination of sterility of pollen grains is investigated the quality of male gametophyte of some species of fruit-trees in the zone of Armenian nuclear power-station, about 30km from ANPS in the zone of Noragygh village. In the population of investigated examples different formation of gametophyte generation is detected. The genotypes with high and low-moderate degrees of microgametophytes defects are isolated.



МИХАИЛ ХРИСТОФОРОВИЧ ЧАЙЛАХЯН  
(к 100-летию со дня рождения)



Исполнилось 100 лет со дня рождения одного из первых выпускников Ереванского государственного университета, славного сына армянского народа, физиолога растений с мировым именем, заслуженного деятеля науки АрмССР, действительного члена АН СССР и АрмССР Михаила Христофоровича Чайлахяна.

М.Х. Чайлахян родился в 1902 г. в Ростове-на-Дону. В 1921 г. его семья переехала в Ереван, и он перевелся на агрономический факультет ЕГУ, который окончил в 1926 г. До 1931 г. он работал в системе МСХ, затем лаборантом на кафедре ботаники Закавказского зооветеринарного института под руководством проф. А.Л. Беделяна. Там молодой ученый начал ставить опыты по фототропизму растений. Слабая техническая база кафедры не позволяла ему проводить здесь углубленные

исследования, что и побудило его в 1931 г. поступить в аспирантуру Всесоюзного института растениеводства в Ленинграде. Здесь под руководством академика Н.А. Максимова в 1934 г. молодой ученый защитил кандидатскую диссертацию, посвященную изучению физиологической природы различий озимых и яровых растений.

Докторская диссертация, защищенная в 1939 г., еще раньше – в 1937 г. была издана в виде монографии “Гормональная теория развития растений”. Вся дальнейшая научная деятельность Михаила Христофоровича в организованной им лаборатории развития растений в ИФР им. К.А. Тимирязева (Москва) была связана с разносторонним изучением процесса цветения растений. Этой области науки он посвятил более 50 лет.

С началом Великой отечественной войны и в связи с эвакуацией института М.Х. Чайлахян возвращается в Армению и в Ботаническом институте АН АрмССР организует лабораторию, где разрабатывает актуальную проблему – поиск сырьевых источников витамина С, одновременно заведует кафедрой анатомии и физиологии растений ЕГУ. Здесь при помощи регуляторов роста изучаются практические приемы ускорения корнеобразования черенков трудноукореняемых видов, в част-

ности винограда. А в сельскохозяйственном институте под его руководством изучаются вопросы симбиотической азотфиксации.

Незадолго до окончания войны Чайлахян возвращается в Москву, оставаясь при этом на прежней должности в ЕГУ. Ежегодно в Ереване он читает курсы лекций, собирая огромную аудиторию, и продолжает руководить дипломными и диссертационными работами.

В 1948 г., после печально известной, губительной для биологической науки августовской сессии ВАСХНИЛ, М.Х. Чайлахян был объявлен вейсманистом-морганистом; он перестал преподавать в ЕГУ и отошел от АН АрмССР. Очевидцы этого позорного над ним “судилища” неизменно подчеркивали выдержку ученого, его полные достоинства ответы на все выпады в свой адрес. Здесь особо следует отметить, что Михаил Христофорович оказался единственным из оклеветанных жертв произвола, кто не озлобился и после реабилитации возобновил свои связи с Арменией, продолжая принимать активное участие в научной жизни, подготовке специалистов не только в ЕГУ, но и ряде других научно-исследовательских центров республики.

Живя и работая в Москве, академик Чайлахян до конца жизни оставался горячим патриотом своей Родины, всячески помогал соотечественникам, приезжавшим на стажировку или учиться в аспирантуре, делился с ереванскими учеными реактивами, посылал им отписки наиболее интересных публикаций, чтобы коллеги всегда были в курсе научных достижений, старался ввести их в списки участников международных форумов.

Мало кто из именитых армянских ученых, работающих вне Армении, сделал столько для развития науки, подготовки квалифицированных кадров и пропаганды достижений науки и культуры Армении, сколько М.Х. Чайлахян. К сожалению, его несомненные заслуги были отмечены значительно раньше в СССР и зарубежных странах, чем на родине, но он никогда по этому поводу не выражал своего недовольства, не прерывал активного сотрудничества как с кафедрой ЕГУ, так и с НИИ виноделия, виноградарства и плодоводства и Институтом микробиологии.

Велик вклад академика Чайлахяна в практику сельского хозяйства – в деле повышения урожайности ряда культур, предотвращения полегания зерновых, регуляции пола у технических культур и т.д. Его многолетняя, кропотливая работа отражена в монографиях, научных и научно-популярных публикациях в СССР и за рубежом.

Широким признанием научной деятельности М.Х. Чайлахяна является не только факт его участия во всех важных международных форумах в качестве вице-президента и докладчика. Об этом свидетельствуют и многие почетные звания, присвоенные ему академиями наук и университетами других стран.

Преданное, бескомпромиссное служение науке отмечено двумя орденами Ленина, орденами Трудового Красного Знамени и Красной Звезды, Октябрьской Революции, а также рядом наград зарубежных стран.

Армения вправе гордиться Михаилом Христофоровичем Чайлахяном – верным, преданным сыном отечества, который всю жизнь с гордостью подчеркивал свои армянские корни. И благодарные его ученики, все те, кому довелось общаться с ученым, никогда не забудут его светлый образ.

*Кафедра микробиологии, биотехнологии  
растений и микроорганизмов*

ՏԵՐ-ԱՆՏՈՆՅԱՆ ՎԱԼԵՐԻ ՄԿՐՏԻՉԻ

(1942–2003)



Հայաստանի հանրապետության գիտությունը ծանր կորուստ կրեց՝ կյանքից անժամանակ հեռացավ ֆիզիկոս, ֆիզիկամաթեմատիկական գիտությունների դոկտոր, Երևանի պետական համալսարանի տեսական ֆիզիկայի ամբիոնի պրոֆեսոր Վալերի Մկրտչի Տեր-Անտոնյանը:

Վ.Մ. Տեր-Անտոնյանը ծնվել է 1942թ. փետրվարի 15-ին Կրասնոդարում (Ռուսաստան): Միջնակարգ կրթությունը ստացել է Երևանում, որտեղ էլ ընդունվել ու 1967թ. ավարտել է Երևանի պետական համալսարանի ֆիզիկայի ֆակուլտետը: Աշխատանքային գործունեությունը սկսել է որպես կրտսեր գիտաշխատող Երևանի ֆիզիկայի ինստիտուտի տեսական ֆիզիկայի բաժնում, որտեղ նա աշխատել է մինչև 1969թ., որից հետո 1969–1973թ. ուսումը շարունակել է Մոսկվայի պետական համալսարանի ֆիզիկայի ֆակուլտետի ասպիրանտու-

րայում: 1973թ. Դուբնայի (Ռուսաստան) Միջուկային հետազոտությունների միացյալ ինստիտուտի տեսական ֆիզիկայի լաբորատորիայում, պաշտպանելով «Հաղորդների ծնունդ երկֆոտոնային պրոցեսներում» թեմայով թեկնածուական ատենախոսությունը, վերադարձել է Երևան և աշխատանքի անցել Երևանի պետական համալսարանի տեսական ֆիզիկայի ամբիոնում՝ սկզբում որպես ասիստենտ, իսկ 1977 թվականից՝ դոցենտ: 1986 թ. նա ԵՊՀ տեսական ֆիզիկայի ամբիոնի պրոֆեսոր է, իսկ 1987–1993 թ. ֆիզիկայի ֆակուլտետի ղեկանի տեղակալ: Այդ տարիներին էր, որ Վալերի Տեր-Անտոնյանը սկսեց ինտենսիվ զբաղվել դասական և քվանտային մեխանիկայում սուպերինտեգրվող համակարգերի հետ կապված խնդիրներով: Նա իր աշակերտների հետ համատեղ մշակեց միջբազիսային վերլուծությունների կառուցման մի շարք մեթոդներ: Միջբազիսային վերլուծությունների տեսությունը կարևոր նշանակություն ունի ինչպես արտաքին դաշտերում կոլոնյան և օսցիլյատորային տիպի քվանտային համակարգերի տարբեր ֆիզիկական բնութագրերի հետազոտման

Ժամանակ, այնպես էլ հատուկ ֆունկցիաների տեսության համար: Վ.Մ.Տեր-Անտոնյանի հետազոտություններում առանձնահատուկ տեղ են գրավում մեկ և երկու չափողականության ճշգրիտ լուծվող խնդիրները:

1985թ. Վ.Մ. Տեր-Անտոնյանը Դուբնայի Միջուկային հետազոտությունների միացյալ ինստիտուտի տեսական ֆիզիկայի լաբորատորիայում հաջողությամբ պաշտպանում է դոկտորական ատենախոսություն՝ «Կուլոնյան և օսցիլյատորային միջբազիսային վերլուծությունները ոչ ռելյատիվիստական քվանտային մեխանիկայում» թեմայով:

1993–2000 թ. միջպետական համագործակցության շրջանակներում Վ.Մ. Տեր-Անտոնյանը աշխատել է Միջուկային հետազոտությունների միացյալ ինստիտուտում որպես տեսական ֆիզիկայի լաբորատորիայի առաջատար գիտաշխատող: Այդ ժամանակահատվածում նրա կողմից կատարվել են մի շարք աշխատանքներ նվիրված ոչ ռելյատիվիստական քվանտային մեխանիկայի շրջանակներում անխոնքների և մոնոպոլների գեներացմանը: Նրա բոլոր գիտական աշխատանքները աչքի են ընկնում իրենց գիտական խորությամբ և միևնույն ժամանակ պարզ ու հստակ շարադրմամբ: Նա շատ խորն էր մտնում պրոբլեմի մեջ և միշտ նոր մտեցնումներ էր փնտրում նրանց լուծման համար:

2000թ. Վ.Մ. Տեր-Անտոնյանը վերադառնում է Երևան և մինչև կյանքի վերջը աշխատում ԵՊՀ տեսական ֆիզիկայի ամբիոնում որպես պրոֆեսոր:

Ամբիոնում աշխատելու բոլոր տարիներին Վալերի Տեր-Անտոնյանը մեծ եռանդ է ներդրել երիտասարդության դաստիարակության գործում: Նրա ղեկավարությամբ պաշտպանվել է երեք թեկնածուական ատենախոսություն:

Պրոֆ. Տեր-Անտոնյանը ֆիզիկայի ֆակուլտետի ուսանողներին դասավանդում էր քվանտային մեխանիկա, դաշտի քվանտային տեսություն, համաչափությունները տարրական մասնիկների ֆիզիկայում և մաթեմատիկական ֆիզիկայի ընտրովի հարցերը առարկաները:

Գիտնականը իրեն յուրահատուկ լավատեսությամբ էր տեսնում ԵՊՀ-ի Իջևանի մասնաճյուղի ապագան և պատահական չէ, որ 1991–1993 թ. համատեղությամբ եղել է ԵՊՀ-ի Իջևանի մասնաճյուղի բնագիտական ֆակուլտետի առաջին ղեկանը: 1992–1999 թ. Վ.Մ. Տեր-Անտոնյանը եղել է նաև ԵՊՀ «Գիտական տեղակազիր» հանդեսի գլխավոր խմբագիրը:

Հիանալի մարդու, գիտնականի, սիրելի ընկերոջ՝ Վալերի Տեր-Անտոնյանի լուսավոր հիշատակը ընդմիշտ կմնա նրան ճանաչողների սրտերում:

*ԵՊՀ ռեկտորատ, ԵՊՀ ֆիզիկայի ֆակուլտետ,  
ակադեմիկոս Գ. Սահակյանի անվան տեսական ֆիզիկայի ամբիոն,  
Հեռանկարային հետազոտությունների միջազգային կենտրոն*

## СОДЕРЖАНИЕ

### МАТЕМАТИКА

- Ю.Р. Акопян, Г.А. Оганесян – Алгебраический многосеточный переобуславливатель для конечноэлементных аппроксимаций второго порядка в прямоугольных областях. I. Двухуровневый переобуславливатель.....3  
Г.Г. Казарян – Групповой анализ некоторых нелинейных уравнений ..... 14  
Х.А. Хачатрян – Оценка решения одного интегрального уравнения типа Вольтера .....21

### ИНФОРМАТИКА

- Л.Э. Будагян – О формализации понятия  $\delta$ -редукции в монотонных моделях типового  $\lambda$ -исчисления .....27  
В.Э. Погосян – Метод быстрого вычисления линейного функционала для задачи размещения сверхбольших интегральных схем .....37

### МЕХАНИКА

- А.А. Гукасян, В.К. Степанян – Игровой подход к управлению двухзвенным манипулятором.....42  
В.Р. Барсегян, Т.А. Симонян – Стохастическая дифференциальная игра сближения–уклонения при нескольких целевых множествах в однородном центральном поле.....53

### ФИЗИКА

- А.А. Мартиросян, В.Н. Агабекян, П.А. Григорян – Рентгенографические исследования изменений кристаллической фазы в полиэтилентерефталате, подвергнутом термическому, радиационному и магнитному воздействиям .....59

### ХИМИЯ

- А.О. Норавян, Р.А. Карамян, Р.Т. Мкртчян, С.К. Григорян, М.Л. Ерицян – Модификация поливинилацетатной водной дисперсии продуктами разложения каолинита.....65  
К.Р. Григорян, М.С. Енгибарян – Физико-химические свойства концентрированных растворов  $\text{CuCl}_2$  в водно-органических смешанных растворителях.....70  
Н.О. Геокчян, А.А. Егизарян, Дж.А. Микаелян, А.Г. Хачатрян – Взаимодействие йодидного комплекса платины(IV) с тиазиновым красителем тетраметилтионином в сернокислой среде .....75  
А.А. Аветисян, Г.Г. Токмаджян, Л.В. Карапетян – Исследования в области ненасыщенных лактонов. Некоторые химические превращения 2-этоксикарбонил-3-бромметил-4,4-диметил-2-бутен-4-олида .....80

## БИОЛОГИЯ

<b>А.А. Оганесян</b> – Действие элиситоров различной природы на активность ферментов биосинтеза лигнанов в каллусных культурах <i>Linum austriacum</i> L. ....	86
<b>М.А. Давтян, Э.А. Манташян, Л.А. Ананян</b> – Биосинтез экзопротеаз базидиомицетами в условиях глубинного культивирования .....	93
<b>С.В. Амирян</b> – Особенности изменения электрической активности одиночных интернейронов спинного мозга под влиянием различных доз яда <i>Vipera raddei</i> в норме и патологии.....	99
<b>К.А. Баграмян</b> – Формиат–водород-лиаза: новый взгляд на энергозапасующую роль фермента брожения .....	106

## ГЕОЛОГИЯ

<b>Г.М. Мхитарян, Р.С. Минасян, Г.А. Торосян, М.С. Мкртчян</b> – Обоснование возможностей дополнительного отбора подземных вод из Аревикского эксплуатационного месторождения .....	116
<b>Ф.Г. Шамсян, С.У. Вартамян, Р.А. Арутюнян</b> – Геолого-структурная модель формирования Сотского золоторудного месторождения РА .....	121

## ГЕОГРАФИЯ

<b>Р.Х. Гагниян, Ф.С. Геворкян</b> – Морфологический анализ вулканического рельефа Республики Армения для выявления погребенных морфоструктур.....	127
--	-----

## СООБЩЕНИЯ

<b>Р.Т. Мкртчян, Ж.Х. Григорян, Д.Р. Андреасян, А.Р. Мкртчян, С.К. Григорян</b> – Роль газовой атмосферы, образующейся внутри зерен гидраргиллита и пирита при термическом разложении материала .....	135
<b>Ж.М. Арстамян, В.М. Мельникова-Шарова</b> – Экстракционно-абсорбиометрическое определение хрома фуксином в проточках, почвах и растениях .....	138
<b>М.А. Давтян, М.А. Хачатрян, Г.А. Семерджян, Г.Г. Семерджян</b> – Дезаминирование аденина у дрожжей <i>Candida guilliermondii</i> НП-4.....	143
<b>А.Н. Аракелян, В.Г. Григорян, А.Р. Агабабян</b> – Исследование функционального состояния центральной нервной системы при решении задачи на компьютере зрительно-пространственного профиля .....	147
<b>Г.Г. Оганесян</b> – Метод ДНК-комет в оценке повреждений и репарации ДНК. 1. Оценка эндогенных повреждений ДНК .....	1
<b>С.Г. Ервандян, Е.Г. Симонян, А.А. Небиш</b> – О развитии мужского гаметофита плодовых.....	155

Михаил Христофорович Чайлахян (к 100-летию со дня рождения) .....	159
---	-----

Тер-Антонян Валерий Мкртычевич .....	161
--------------------------------------	-----

## CONTENTS

### MATHEMATICS

<b>Yu.R. Hakopian, H.A. Hovhannisyan</b> – Algebraic multigrid preconditioner for second order finite element approximations in rectangular domains. I. Two-level preconditioner .....	3
<b>G.G. Ghazarian</b> – Group analysis of some nonlinear equations.....	14
<b>Kh.A. Khachatryan</b> – The estimation of solution of one Volteryan type integral equation.....	21

### INFORMATICS

<b>L.E. Budaghyan</b> – On formalization of notion of $\delta$ -reduction in monotonic models of typed $\lambda$ -calculus .....	27
<b>V.E. Poghosyan</b> – A fast technique for linear wire-length calculation of very large scale in integration circuits.....	37

### MECHANICS

<b>A.A. Ghukasyan, V.K. Stepanyan</b> – The game approach to control of double linked manipulator .....	42
<b>V.R. Barseghyan, T.A. Simonyan</b> – Stochastic differential game of rapprochement–deviation for several target sets in homogeneous central field .....	53

### PHYSICS

<b>A.H. Martirosian, V.N. Aghabekian, P.A. Grigorian</b> – X-ray investigations of crystalline phase in polyethilenterefalat supermolecular structure influenced by the thermal, radiation and magnetic effects.....	59
--	----

### CHEMISTRY

<b>A.O. Noravyan, R.A. Karamyan, R.T. Mkrtichyan, A.K. Grigoryan, M.L. Erycyan</b> – Modification of polyvinyl acetate aqueous dispersion by the decomposition of kaolin .....	65
<b>K.R. Grigorian, M.S. Engibarian</b> – Physicochemical properties of $\text{CuCl}_2$ concentrated solutions in $\text{H}_2\text{O}$ –organic solvent mixed solutions.....	70
<b>N.O. Geokchyan, A.A. Eghiazaryan, J.A. Mickaelyan, H.G. Khachatryan</b> – Study of interaction of hexaiodoplatinatc(IV) with thiazine raw dye tetramethylthionine in sulfuric acid medium .....	75
<b>A.A. Avetisyan, G.G. Tokmajyan, L.V. Karapetyan</b> – Investigations in the field of unsaturated lactones. Some chemical reactions of 2-ethoxycarbonyl-3-brominemethyl-4,4-dimethyl-2-butene-4-olid.....	80

## BIOLOGY

<b>A.A. Hovhannisian</b> – Influence of elicitors of various natures on the activity of enzymes involved in biosynthesis of lignans in callus cultures <i>Linum austriacum</i> L. ....	86
<b>M.A. Davtian, E.A. Mantachian, L.G. Ananian</b> – Biosynthesis of exoproteases by basidiomycetes upon submerged cultivation .....	93
<b>S.V. Amirian</b> – Peculiarities of changes of electrical of activity of single interneurons of the rat's spinal cord on influence of <i>Vipera raddei</i> venom in norm and pathology.....	99
<b>K.A. Baghramyan</b> – Formate hydrogenlyase: a novel look at the energy conserving role of the enzyme of fermentation.....	106

## GEOLOGY

<b>G.M. Mkhitarian, R.S. Minasyan, G.A. Torosyan, M.S. Mkrtychyan</b> – Basing of additional potentiality for ground water in take from Arevik operating deposit.....	116
<b>F.G. Shamtsyan, S.U. Vardanyan, R.A. Harutyunyan</b> – Geological-structural model of forming of the gold ore deposit of Sotsk .....	121

## GEOGRAPHY

<b>R.Kh. Gaginian, F.S. Gevorkian</b> – The morphological analysis of volcanic relief of the republic of Armenia for the purpose of revealing buried morphostructures .....	127
---	-----

## COMMUNICATIONS

<b>R.T. Mkrtychian, Zh.Kh. Grigorian, J.R. Andreasian, A.R. Mkrtychian, S.K. Grigorian</b> – The role of gas atmosphere forming inside hydrargyllite and pyrite grains during the thermal decomposition of the material.....	135
<b>J.M. Arstamian, V.M. Melnikova-Scharova</b> – Extraction-absorptiometric determination of chromium by fuxine in waste waters. soil and plants .....	138
<b>M.A. Davtyan, M.A. Khachatryan, G.A. Semergyan, G.G. Semergyan</b> – Adenin desamination in yeasts <i>Candida guilliermondii</i> NP-4 .....	143
<b>A.N. Arakelian, V.N. Grigorian, H.R. Aghababian</b> – The study of functional state of central nervous system during the computerized solution of visual-spatial task .....	147
<b>G.G. Hovhannisyanyan</b> – The comet assay application for estimation of DNA damage and repair. I. Estimation of endogenous DNA damage .....	151
<b>S.G. Yervandyan, S.G. Simonyan, A.A. Nebish</b> – About the development of male gametophyte of fruit-trees .....	155

Michael Khristophorovich Chailakhyan (on the occasion of the 100<sup>th</sup> anniversary)..... 159

Ter-Antonyan Valeri Mkrtychevich .....	161
--	-----